



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۴۶

۱- تابع خطی $f: R \rightarrow R$ با ضابطه $f(x) = 2x$ از نقطه نظر کراننداری در شرایط کدام گزینه صدق می کند؟

۰۱. تبدیل خطی بی کران ولی تابع کراندار است.
 ۰۲. تبدیل خطی بیکران و نیز تابع بیکران است.
 ۰۳. تبدیل خطی کراندار ولی تابع بی کران است.
 ۰۴. تبدیل خطی کراندار و نیز تابع کراندار است.

۲- با فرض $V = C^\infty[0,1]$ ، عملگر مشتق $D: V \rightarrow V$ دارای چه خاصیت زیر می باشد؟

۰۱. نه کراندار است و نه پیوسته.
 ۰۲. هم کراندار و هم پیوسته است.
 ۰۳. کراندار است ولی پیوسته نیست.
 ۰۴. کراندار نیست ولی پیوسته است.

۳- کدام گزینه در مورد $T \in L(R^n, R^m)$ درست است؟

۰۱. $\forall x \in R^n, T'(x) = o_m$
 ۰۲. $\forall x \in R^n, T'(x) = T(x)$
 ۰۳. $T' = 0$ که در آن \cdot ، همان تبدیل خطی صفر است.
 ۰۴. $T'' = 0$ که در آن \cdot ، همان تبدیل خطی صفر است.

۴- فرض کنید تابع $f: D \subseteq R^n \rightarrow R^m$ در نقطه x از مجموعه D مشتق پذیر بوده و $\{e_1, \dots, e_n\}$ و $\{u_1, \dots, u_m\}$ پایه

های متعارف برای R^m و R^n باشند، در این صورت کدام گزینه درست است؟

۰۱. $f'_j(x) e_j = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x) u_i, (1 \leq j \leq n)$
 ۰۲. $f'(x) e_j = \sum_{i=1}^n (D_j f_i)(x) u_i, (1 \leq j \leq m)$
 ۰۳. $f'_j(x) = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x) u_i, (1 \leq j \leq n)$
 ۰۴. $f'(x) = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x) u_i, (1 \leq j \leq n)$

۵- کدام گزینه در مورد تابع $f: R^2 \rightarrow R$ با ضابطه $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & (x, y) = (0,0) \end{cases}$ درست است؟

۰۱. $D_1 f$ در $(0,0)$ پیوسته است.
 ۰۲. $D_2 f$ در $(0,0)$ پیوسته است.
 ۰۳. f در $(0,0)$ نا پیوسته است.
 ۰۴. $D_1 f$ در R^2 کراندار است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۶

۶- قضیه تابع معکوس چه می گوید؟

۱. هر نگاشت به طور پیوسته مشتق پذیر، در یک همسایگی نقطه متعلق به قلمرو خود، که معکوس پذیر باشد، دارای مشتق معکوس پذیر است.
۲. هر نگاشت به طور پیوسته مشتق پذیر، در یک همسایگی نقطه متعلق به قلمرو خود، که دارای مشتق معکوس پذیر باشد، معکوس پذیر است.
۳. هر نگاشت معکوس پذیر در یک همسایگی نقطه متعلق به قلمرو خود، که دارای مشتق باشد، مشتق آن نیز معکوس پذیر است.
۴. هر نگاشت به طور پیوسته در یک همسایگی نقطه متعلق به قلمرو خود، که دارای مشتق معکوس پذیر باشد، معکوس پذیر است.

۷- تابع دو خطی $f: R^n \times R^m \rightarrow R^k$ دارای کدام یک از خواص زیر است؟

۱. f در هر نقطه از $R^n \times R^m$ مشتق پذیر است.
۲. $Df \in L(R^n \times R^m, R^k)$
۳. $D^2 f = Df$
۴. $D^2 f(x, y) = 0$

۸- اگر تابع $f: I \subseteq R^n \rightarrow R$ و به ازای هر $\varepsilon > 0$ ، افزایشی چون P از I موجود باشد بطوریکه $U(P, f) - L(P, f) < \varepsilon$ ، در مورد تابع f بر I چه می توان گفت؟

۱. پیوسته است.
۲. پیوسته یکنواخت است.
۳. کراندار است.
۴. تکیه گاهش فشرده است.

۹- قدر کدام یک از گزینه های زیر صفر است؟

۱. Q (اعداد گویا)
۲. $\left\{ \frac{1}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}$
۳. مجموعه های دارای اندازه صفر
۴. $Q \cap [0, 1]$

۱۰- اگر تابع $f: I \subseteq R^n \rightarrow R$ و بازه بسته باشد کدام گزینه با بقیه مغایر است؟

۱. مجموعه نقاط ناپیوستگی f روی I دارای قدر صفر است.
۲. مجموعه نقاط ناپیوستگی f روی I دارای اندازه صفر است.
۳. $\int_I f = \int_I f$

۴. f روی I انتگرال پذیر است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۴۶

۱۱- اگر $f: I \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ کراندار باشد، f در $a \in I$ پیوسته است اگر و تنها اگر۱. برای $\varepsilon > 0$ ای، مجموعه $\{x \in A \mid |O(f, x)| \geq \varepsilon\}$ دارای قدر صفر است.۲. برای $\varepsilon > 0$ ای، مجموعه $\{x \in A \mid |O(f, x)| \geq \varepsilon\}$ دارای اندازه صفر است.۳. $o(f, a) = 0$ ۴. $a \notin \partial A$ ۱۲- اگر $G(x)$ همان نگاشت اولیه باشد که تابع حقیقی g ی مشتق پذیر در $x = a$ مختص m ام آن را تغییر میدهد آنگاه

کدام گزینه درست است؟

۱. $G'(a)$ معکوس پذیر است اگر $(D_m g)(a) \neq 0$ ۲. $J_G(a) = g(a)$ ۴. G در a مشتق پذیر است.۳. $J_G(a) \neq 0$

۱۳- کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

۱. مجموعه $\{x \in \mathbb{R}^n : f(x) \neq 0\}$ را تکیه گاه $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ می نامیم.۲. عملگر خطی B بر \mathbb{R}^n که فقط جفتی از اعضای پایه متعارف را با هم عوض میکند یک ضربه می نامیم.۳. هرگاه $C \subseteq A \subseteq \mathbb{R}^n$ و A یک بازه بسته باشد $\chi_C: A \rightarrow \mathbb{R}$ (تابع مشخصه C) انتگرال پذیر است.۴. هرگاه $C \subseteq A \subseteq \mathbb{R}^n$ و A یک بازه بسته باشد اندازه ∂C (مرز C) صفر است.

۱۴- کدام یک از مجموعه های زیر تانسورهای متناوب اند؟

۱. تمام ۱- تانسورها متناوب هستند

۲. هرگاه با تعویض دو جمله آن علامت تانسور ثابت بماند.

۳. P - تانسورهایی که P زوج است.۴. P - تانسورهایی که P فرد است.۱۵- اگر $\{\Phi_1, \dots, \Phi_k\}$ پایه V^* باشد آنگاه $\dim \Lambda^p(V^*)$ (بعد p - تانسورهای متناوب) کدام یک از گزینه های زیر می باشد؟۴. kp ۳. $\binom{k}{p}$ ۲. k^p ۱. k



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۴۶

۱۶- چند فرم k -بعدی اساسی در R^n وجود دارد؟

$$n^k \quad .1 \quad k^n \quad .2 \quad \binom{k}{p} \quad .3 \quad C(n, k) \quad .4$$

۱۷- اثر عملگر مشتق خارجی d روی f -فرم f در هر نقطه $X = (x_1, x_2, x_3) \in R^3$ کدام گزینه است؟

$$\begin{aligned} & \rightarrow \rightarrow \rightarrow .1 \quad \text{grad}(f) \cdot dX \\ & \rightarrow .2 \quad \text{curl}(f) \\ & .3 \quad (div f) d x_1 \wedge d x_2 \wedge d x_3 \\ & .4 \quad . \end{aligned}$$

۱۸- مشتق خارجی فرم $z^2 dx \wedge dy + (z^2 + 2y) dx \wedge dz$ کدام گزینه است؟

$$\begin{aligned} & (2z + y) dx \wedge dy \wedge dz \quad .1 \\ & (2z - y) dx \wedge dy \wedge dz \quad .2 \\ & 2(z + 1) dx \wedge dy \wedge dz \quad .3 \\ & 2(z - 1) dx \wedge dy \wedge dz \quad .4 \end{aligned}$$

۱۹- مرز سادک k -بعدی جهت دار Φ کدام گزینه می باشد؟

$$\begin{aligned} & .1 \quad \text{سادک } k\text{-بعدی جهت دار} \\ & .2 \quad \text{زنجیر } k\text{-بعدی} \\ & .3 \quad \text{زنجیر } (k-1)\text{-بعدی} \\ & .4 \quad \text{سادک } (k-1)\text{-بعدی جهت دار} \end{aligned}$$

۲۰- کدام گزینه در مورد قضیه استوکس درست نیست؟

- ۱- تصویری از الحاقی بودن دو عملگر d, ∂ را می دهد.
- ۲- اگر ψ یک زنجیر ۲-بعدی در R^3 باشد، همان قضیه دیورژانس-گوس است.
- ۳- مرتبه انتگرالگیری را کاهش می دهد.
- ۴- اگر ψ یک زنجیر ۲-بعدی در R^2 باشد، همان قضیه گرین است.

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید $f: D \subseteq R^n \rightarrow R^m$ مشتقپذیر و D باز و محدب و عدد حقیقی M موجود باشد بطوریکه به ازاء

$$\|f'(x)\| \leq M, \quad x \in D$$

هر $a \in D, b \in D$ ثابت کنید بازاء هر

$$\|f(b) - f(a)\| \leq M \|b - a\|$$

۱۰۴۰ نمره



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۶

۱.۴۰ نمره

۲- الف) انقباض را تعریف کنید.

ب) اگر X یک فضای متریک کامل و $\Phi: X \rightarrow X$ یک انقباض باشد ثابت کنید Φ دارای نقطه ثابت منحصر بفرد است.

۱.۴۰ نمره

۳- اگر $A = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ و هر A_i دارای اندازه صفر باشد ثابت کنید A با اندازه صفر است.

۱.۴۰ نمره

۴- اگر T یک p -تانسور دلخواه باشد ثابت کنید $Alt(T)$ با ضابطه $Alt(T) = \frac{1}{p!} \sum_{\Pi \in S_p} (-1)^{\Pi} T^{\Pi}$ یک

تانسور متناوب است.

۱.۴۰ نمره

۵- فرض کنید $E = R^2 - \{0\}$ و $\omega = \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$ یک فرم روی E و برای $r > 0$,

که $\gamma(t) = (r \cos t, r \sin t)$ یک منحنی در E باشد. ثابت کنید

الف) ω در E بسته است. ب) ω در E کامل نیست. ج) γ مرز هیچ زنجیر ۲- بعدی در E

نیست.

(نام قضیه و مفاهیمی که در هر مرحله استفاده میشود ذکر کنید)