



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- اگر متغیر تصادفی X نامنفی باشد و $E(X) = 0$ ، آنگاه:

$$P(X=1) = 0 \quad P(X=0) = 1 \quad P(X=0) = 0 \quad P(X=1) = 0$$

۲- اگر میان X, Y رابطه خطی $2X - 4Y = 0$ برقرار باشد. آنگاه:

$$\rho = 0 \quad \rho = 1 \quad \rho = -1 \quad 0 \leq \rho \leq .15$$

۳- فرض کنید (X, Y) دارای توزیع نرمال توأم باشد و برای یک نمونه تصادفی 10×2 تایی داشته باشیم $r = 0.2$ ، آماره آزمون کدام است؟

$$.2/84 \quad .3/000 \quad .4/960 \quad .1/041$$

۴- متغیرهای تصادفی X و Y دارای تابع چگالی توأم $0 < x, y < 1$ می باشد. بهترین تابع پیش بینی کننده به ازای $x = 1$ کدام است؟

$$\frac{9}{4} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{9}{5}$$

۵- هر گاه داشته باشیم $\rho = 1$ و $\sigma_y^2 = 9$ و $\sigma_x^2 = 4$ و $\mu_y = 2$ و $\mu_x = 1$ بهترین فرم خطی تابع پیش بینی به ازای $x = 2$ کدام است؟

$$.4/5 \quad .3/3 \quad .2/5 \quad .1/4$$

۶- کدام یک از گزینه های زیر در مدل رگرسیون خطی ساده مجموع توان دوم خطاها را نشان می دهد؟

$$n(s_y^2 - \hat{b}^2 s_x^2) \quad n(s_y^2 - \hat{b} s_x^2) \quad (s_y^2 - \hat{b}^2 s_x^2) \quad (s_y^2 - \hat{b} s_x^2)$$

۷- در یک مدل خطی رگرسیونی $\hat{y}_i = \hat{a}_i + \hat{b}_i x_i + \varepsilon_i$ واریانس \hat{y}_i کدام است؟

$$\sigma^2 \left(1 + \frac{x}{s_x^2}\right) \quad \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x^2}\right)^2 \quad \frac{\sigma^2}{n} \left(1 + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{s_x^2}\right) \quad \frac{\sigma^2}{n} \left(1 + \frac{x}{s_x^2}\right)$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

۸- اگر $E_i \propto N(0, \sigma^2)$ در این صورت $\frac{\sum_{i=1}^n E_i^2}{\sigma^2}$ دارای کدام توزیع است؟

۱. $\chi^2_{(1)}$ ۲. $\chi^2_{(n)}$ ۳. $\chi^2_{(n-1)}$ ۴. $\chi^2_{(2)}$

۹- اگر در یک مدل رگرسیونی خطی ساده $SSR = ۴/۶۹۲۵$ و $SSE = ۲/۵۴۴۶$ باشد. آنگاه میانگین مربعات خطا کدام است؟

۱. ۰/۸۴۸۲ ۲. ۰/۶۹۲۵ ۳. ۰/۵۴۴۶ ۴. ۰/۴۲۲۶

۱۰- در سوال شماره ۹ مقدار آماره آزمون F چقدر خواهد بود؟

۱. ۵/۱۱۰ ۲. ۴/۷۰۰ ۳. ۵/۸۴۸۰ ۴. ۵/۵۳۲۰

۱۱- هر اندازه r^2 به یک نزدیک باشد آنگاه:

۱. بهتر می توان Y را به کمک یک رابطه خطی با داشتن X پیش بینی کرد.
۲. تغییر پذیری خطاها کمتر می شود.
۳. تغییر پذیری خطاها بیشتر می شود.
۴. موارد ۱ و ۲ صحیح است.

۱۲- با فرض نرمال بودن خطاها مقدار $E(SSR)$ کدام گزینه خواهد بود؟

۱. $\sigma^2 + b^2 s_x^2$ ۲. $\sigma^2 + nb^2 s_x^2$ ۳. $\sigma^2 + b s_x$ ۴. $\sigma^2 + b^2 s_x$

۱۳- وارون مور-پنروز برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 15 & 15 \\ 2 & 4 \\ 15 & 15 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 10 & 10 \\ 2 & 4 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 25 & 25 \\ 2 & 4 \\ 25 & 25 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 20 & 20 \\ 2 & 4 \\ 20 & 20 \end{bmatrix}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

۱۴- اگر تابع مولد گشتاور توزیع نرمال دو متغیره (Y و X) به صورت $\exp(t_1 - t_2 + 2t_1 t_2 + t_1^2)$ باشد بردار میانگین (Y و X) کدام است؟

۰.۴ (۱-۱)

۰.۳ (۱۲)

۰.۲ (۱۱)

۰.۱ (۱۱-)

۱۵- کدام یک از رابطه های زیر برآورد واریانس در مدل خطی رگرسیون چندگانه را نشان می دهد؟

۰.۲ $\hat{\sigma}^2 = \frac{\|Y - X\hat{a}\|^2}{n-k}$

۰.۱ $\hat{\sigma}^2 = \frac{\|Y - X \hat{X} a\|^2}{n-k}$

۰.۴ $\hat{\sigma}^2 = \frac{\|Y - X\hat{a}\|^2}{n-k}$

۰.۳ $\hat{\sigma}^2 = \frac{\|Y - X\hat{a}\|^2}{n-1}$

۱۶- فرض کنید $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$ با فرض $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ بردار میانگین BY کدام

گزینه است؟

۰.۴ $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

۰.۳ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

۰.۲ $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

۰.۱ $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$

۱۷- در سوال شماره ۱۶ ماتریس کواریانس کدام خواهد بود؟

۰.۴ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

۰.۳ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

۰.۲ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

۰.۱ $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

۱۸- در مدل رگرسیونی (C_N) درجه آزادی مربوط به میانگین مربعات کل (MST) کدام است؟

۰.۴ h

۰.۳ n-k+h

۰.۲ n-k+1

۰.۱ n-k

۱۹- در مدل رگرسیونی خطی چند متغیره آماره $\frac{\hat{y} - x'a}{n\sqrt{\hat{\sigma}^2}}$ دارای چه توزیعی است؟

۰.۴ $T_{(n-k)}$

۰.۳ $\chi^2_{(n-k)}$

۰.۲ $T_{(n-2)}$

۰.۱ $\chi^2_{(n-2)}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

۲۰- کدام یک از روابط زیر نشانگر توزیع لجستیک با پارامتر a و b می باشد؟

$$P(x) = \frac{e^{bx}}{1+e^{a+bx}} \quad .۲$$

$$P(x) = \frac{1+e^{a+bx}}{e^{a+bx}} \quad .۱$$

$$P(x) = \frac{e^{ax+b}}{1+e^{a+bx}} \quad .۴$$

$$P(x) = \frac{e^{a+bx}}{1+e^{a+bx}} \quad .۳$$

سوالات تشریحی

۱.۲۲ نمره

۱- فرض کنید X میزان بارندگی روزانه (واحد ۰/۰۱ سانتیمتر) و Y میزان آلودگی هوا (میکروگرم در هر متر مکعب) باشد. با استفاده از داده های جدول مقابل آزمون استقلال را در سطح $\alpha = 0.1$ با فرض نرمال بودن توزیع

انجام دهید؟

$$t_{0.1}(7) = -1.42$$

X	۴/۳	۴/۵	۵/۹	۵/۶	۶/۱	۵/۲	۳/۸	۲/۱	۷/۵
Y	۱۲۶	۱۲۱	۱۱۶	۱۱۸	۱۱۴	۱۱۸	۱۳۲	۱۴۱	۱۰۸

۱.۲۲ نمره

۲- ثابت کنید:

الف- دریک مدل رگرسیونی ساده \hat{a} ، \hat{b} نا اریب هستند؟ب- واریانس \hat{b} را بدست آورید؟



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

نمره ۳،۳۵

۳- مدل خطی زیر را در نظر می گیریم.

$$(C_N): Y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + E \quad E \sim N(0, \sigma^2)$$

یافته های یک نمونه تصادفی $Y = (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4)'$ با میانگین $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4)'$ در

جدول زیر داده شده اند.

y	x_1	x_2	x_3
۰	۱	-۱	۰
۱	۰	۰	۱
-۱	۱	۰	۰
۲	۱	۱	۰

$$F_{0.05}(1, 1) = 39.864$$

فرض $H_0: 3a_1 - 2a_2 - a_3 = 0$ را با میزان ده درصد بیازمایید؟

نمره ۱،۲۱

۴- الف- قضیه کاکران را به زبان آماری را بیان کنید؟

ب- به اختصار تفاوت رگرسیون لجستیک با رگرسیون خطی ساده را بیان کنید؟