



تعداد سوالات: تستی: ۴۰ تشریحی: ۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۲۰ تشریحی: ۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: نظریه گروهها

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۱۳۰۵۸

استفاده از ماشین حساب ساده، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- یک مجموعه ریاضی مجهز به یک قانون که برطبق آن از ترکیب دو عضو اختیاری مجموعه، عضو سوم همان مجموعه حاصل شود، را چه می نامند؟

۱. ردیف      ۲. گروه      ۳. اصل      ۴. نظریه

۲- نگاشت دوسویه مابین  $X$  و  $Y$  وجود خواهد داشت اگر و فقط اگر.....

۱. تعداد اعضا یکسان باشد.      ۲. چند به یک باشد.  
۳. تابع یکسان داشته باشد.      ۴. پوشا باشد.

۳- کدام رابطه برای هر تابع  $f: X \rightarrow X$  صادق است؟

۱.  $a_1 a_2 \neq a_2 a_1 \forall a_2 a_1 \in A$       ۲.  $a_1(a_2 a_3) \neq (a_1 a_2)a_3$   
۳.  $ee' = e$       ۴.  $f \circ id_x = id_x \circ f = f$

۴- رابطه  $\forall a_1, a_2 \in A | a_1 a_2 = a_2 a_1$  برای تکواره  $A$  چه خاصیتی را بیان می کند؟

۱. شرکت پذیری      ۲. جابجایی      ۳. حقیقی      ۴. ترکیب

۵- فرق اساسی بین تکواره و گروه کدام است؟

۱. هر عضو از اعضای تکواره دارای عضو وارون هستند.      ۲. هر عضو از اعضای تکواره حقیقی هستند.  
۳. هر عضو از اعضای گروه دارای عضو وارون هستند.      ۴. هر عضو از اعضای گروه حقیقی هستند.

۶- مرتبه گروه متقارن  $S_5$  کدام است؟

۱.  $4!$       ۲.  $5!$       ۳.  $6!$       ۴.  $5$

۷- اگر اعضای دو گروه  $G_1$  و  $G_2$  در تناظر یک به یک قرار داشته باشند بطوریکه این تناظر قانون ترکیب گروهی را حفظ کند آنگاه در واقع نگاشت دوسویی  $i: G_1 \rightarrow G_2$  وجود دارد بطوریکه نگاشت  $i$  ..... است؟

۱. یکریختی      ۲. خودریختی      ۳. فقط پوشا      ۴. فقط یک بیک

۸- زیر مجموعه  $H$  بعنوان یک زیر گروه از گروه  $G$ ، کدامیک از شرایط زیر را دارا نمی باشد؟

۱. عضو همانی  $e$  از  $G$  متعلق به  $H$  می باشد.  
۲. هرگاه  $h_1$  و  $h_2$  در  $H$  باشند آنگاه حاصلضرب  $h_1 h_2$  نیز متعلق به  $H$  باشد.  
۳. هرگاه  $h$  در  $H$  قرار گرفته باشد، آنگاه وارون آن یعنی  $h^{-1}$  نیز متعلق به  $H$  باشد.  
۴. مجموعه  $H$  یک گروه خودریخت از  $G$  می باشد.



تعداد سوالات: تستی: ۴۰ تشریحی: ۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۲۰ تشریحی: ۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه گروهها

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۳۰۵۸

۹- کدام گزینه بیانگر قضیه کیلی می باشد؟

۱. هر گروه  $G$  با زیر گروهی از گروه جایگشت های مجموعه ای مانند  $X$ ، یعنی  $Perm(X)$  یکرخت است.۲.  $z(f)$  یک نگاشت دوسویه  $X$  می باشد اگر  $f$  نگاشت دوسویه  $Y$  باشد.۳. به ازای هر دو تابع  $f_1$  و  $f_2$  متعلق  $Perm(X)$  یک تابع یکرخت است.۴. اگر  $Y$  یک زیرمجموعه از مجموعه  $X$  باشد آنگاه دارای زیرگروه  $Perm(X)$  می باشد.۱۰- شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریسی در مجموعه  $M(n, R)$  وارون پذیر باشد کدام است؟

۱. وارون پذیر باشد

۲. همگرا باشد

۳. درمینان آن مخالف صفر باشد

۴. ماتریس آن همانی باشد

۱۱- حاصل رابطه ماتریسی  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  با کدامیک از معادلات زیر معادل نمی باشد؟۱.  $a^2 + b^2 = 1$ ۲.  $c^2 + d^2 = 1$ ۳.  $a^2 + d^2 = 1$ ۴.  $ac + bd = 0$ ۱۲- مجموعه ماتریسهای  $U(2)$  دارای چه خصوصیتی هستند؟۱. گروه سه بعدی که در رابطه  $A^+ = A^{-1}$  صدق می کند.۲. ماتریس های مختلط  $2 \times 2$  که در رابطه  $A^+ A = 1$  صدق می کنند.۳. ماتریس های  $1 \times 1$  الحاقی می باشند.۴. ماتریس های  $3 \times 3$  که در رابطه  $A^+ A = 1$  صدق می کنند.۱۳- از دیدگاه توپولوژیکی، گروه  $SU(2)$  یک ..... است.

۱. فضای ۴ بعدی

۲. گروه متعامد

۳. کره ۳ بعدی

۴. گروه آبلی

۱۴- اگر  $H$  یک زیر گروه از  $G$  باشد، عمل طبیعی زیرگروه  $H$  از راست روی  $G$  با کدام گزینه تعریف می شود؟۱.  $R_h(g) := 1$ ۲.  $gh := gh^{-1}$ ۳.  $R_h(g) := gh$ ۴.  $g^{-1}h := gh$ ۱۵- هرگاه فضایی شامل زیرمجموعه ای از  $n$  بردار مستقل خطی باشد ولی شامل هیچ زیرمجموعه  $n+1$  عضوی از بردارهای مستقل خطی نباشد، در این صورت آن را ..... می نامند.

۱. بعدمتناهی

۲. بردار متناهی

۳. فضای  $n$  بعدی

۴. فضای مستقل



تعداد سوالات: تستی: ۴۰ تشریحی: ۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۲۰ تشریحی: ۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه گروهها

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۳۰۵۸

۱۶- در چه صورتی فضای برداری  $V$ ، یک فضای  $n$  بعدی با شرط  $(n < \infty)$  می باشد.

۱. دارای پایه های مستقل باشد.  
۲. دارای پایه ای شامل  $n$  بردار باشد.  
۳. فضای مستقل داشته باشد.  
۴. بردار یکه داشته باشد.

۱۷- هر فضای برداری مختلط ..... با فضای برداری  $C^n$  ..... است.

۱. یکریخت -  $n$  بعدی  
۲. خودریخت -  $n$  بعدی  
۳.  $n$  بعدی - خودریخت  
۴.  $n$  بعدی - یکریخت

۱۸- در فضای برداری  $C^n$ ، نرم نظیر بردارهای  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  به چه صورتی تعریف می شود؟

$$1. \quad \|a\|^2 := \sum_{i=1}^n |a_i|^2 \quad 2. \quad V = \sum_{i=1}^n v_i e^i \quad 3. \quad V_i = \sum_{i=1}^n |a_i|^2 \quad 4. \quad S^N := \sum_{i=1}^n |a_i|$$

۱۹- در فضای  $l_2$  دنباله بردارهای  $(1, 0, 0, \dots)$ ،  $(0, \frac{1}{2}, 0, \dots)$  و  $(0, 0, \frac{1}{3}, \dots)$  و غیره قویا به بردار ..... همگرا می باشند.

۱. صفر  
۲. یک  
۳.  $\infty$   
۴.  $e$

۲۰- اگر دنباله بردارها  $V^1, V^2, \dots$  قویا به بردار ..... همگرا شود، آنگاه دنباله اعداد حقیقی  $\|V^1\|, \|V^2\|, \dots$  به عدد حقیقی ..... همگرا می شود.

۱.  $\|V\|$  و  $V$   
۲.  $\|V\|$  و  $V$   
۳. صفر و  $\|V\|$   
۴.  $V$  و صفر

۲۱- اگر یک دنباله از بردارها در یک فضای برداری ..... باشد آنگاه آن ..... است.

۱. با همگرایی کوشی - همگرا  
۲. قویا همگرا - یک دنباله کوشی  
۳. واگرا - یک دنباله کوشی  
۴. با همگرایی کوشی - واگرا

۲۲- ضرب اسکالر هر دو بردار دلخواه  $V$  و  $W$  از یک فضای برداری مختلط در کدامیک از شرایط زیر صدق نمی کند؟

$$1. \quad \langle V, (\mu_1 W_1 + \mu_2 W_2) \rangle = \mu_1 \langle V, W_1 \rangle + \mu_2 \langle V, W_2 \rangle \quad 2. \quad \langle W, (\mu_1 V_1 + \mu_2 V_2) \rangle = \mu_1 \langle W, V_1 \rangle + \mu_2 \langle W, V_2 \rangle$$

$$3. \quad \langle V, W \rangle^* = \langle W, V \rangle \quad 4. \quad \langle V, W \rangle^* = -\langle W, V \rangle$$

۲۳- حالت تساوی در نامساوی شوارتز  $(\langle v, w \rangle) \leq \langle v, v \rangle^{1/2} \langle w, w \rangle^{1/2}$  در چه صورتی امکان پذیر است؟

۱. بردارها متعامد باشند  
۲. بردارها موازی باشند  
۳. بردارها بطور خطی وابسته باشند  
۴. بردارها یکه باشند

تعداد سوالات: تستی: ۴۰ تشریحی: ۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۲۰ تشریحی: ۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه گروهها

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۱۳۰۵۸

۲۴- فضای برداری  $V$  را با ضرب اسکالر  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  در نظر بگیرید، در چه صورتی دو بردار  $V$  و  $W$  متعامد هستند؟

$$\langle V, W \rangle = 0 \quad ۰.۱ \quad \|V\| = \|W\| = 1 \quad \text{و} \quad \langle V, W \rangle = 0 \quad ۰.۲$$

$$\|V\| = \|W\| = 1 \quad ۰.۳ \quad \|V\| := \langle V, V \rangle^{\frac{1}{2}} = 1 \quad ۰.۴$$

۲۵- با فرض اینکه  $e_i$  ها پایه های فضای هیلبرت و  $v$  بردار دلخواهی در این فضا باشد آنگاه کدام رابطه بیانگر نامساوی بل می باشد؟

$$V = \sum_{i=1}^{\infty} \langle e^i, V \rangle e^i \quad ۰.۱ \quad V \neq \sum_{i=1}^{\infty} \langle e^i, V \rangle e^i \quad ۰.۲$$

$$\sum_{i=0}^N \langle e_i, v \rangle^2 \leq \|v\|^2 \quad ۰.۳ \quad \sum_{i=0}^N \langle e_i, v \rangle^2 > \|v\|^2 \quad ۰.۴$$

۲۶- دو عملگر خطی  $A$  و  $B$  ..... نامیده می شوند اگر به ازای هر بردار  $V$  داشته باشیم  $AV = BV$ ،

۰.۱ معادل      ۰.۲ هم نگاشت      ۰.۳ خطی      ۰.۴ کامل

۲۷- عملگر  $A$  پیوسته است اگر فقط اگر ..... باشد.

۰.۱ واگرا      ۰.۲ کراندار      ۰.۳ صفر      ۰.۴ کامل

۲۸- اگر نگاشت خطی  $A$  یک یکرختی میان فضاهای برداری  $V_1$  و  $V_2$  باشد آنگاه آن دو نمایش را نمایشهای ..... گویند.

۰.۱ معادل      ۰.۲ جایجاشونده      ۰.۳ هم ریخت      ۰.۴ کراندار

۲۹- تکامل زمانی بردار حالت یک سیستم کوانتومی بوسیله کدامیک از معادلات دیفرانسیل زیر داده می شود

$$-i\hbar \frac{d}{dt} \psi = H\psi \quad ۰.۱ \quad i\hbar \frac{d}{dt} \psi = H\psi \quad ۰.۲$$

$$\frac{1}{i\hbar} \frac{d}{dt} \psi = H\psi \quad ۰.۳ \quad -\frac{1}{i\hbar} \frac{d}{dt} \psi = H\psi \quad ۰.۴$$

۳۰- اگر  $g \rightarrow U_g$  یک نمایش یکانی وفادار گروه  $G$  روی فضای هیلبرت سیستمی با عملگر هامیلتونی  $H$  باشد، آنگاه  $G$  رایک گروه تقارن سیستم گوییم اگر به ازای هر  $g \in G$  داشته باشیم

$$U_g H U_g^{-1} = 1 \quad ۰.۱ \quad U_g H U_g^{-1} = U \quad ۰.۲$$

$$U_g H U_g^{-1} = 0 \quad ۰.۳ \quad U_g H U_g^{-1} = H \quad ۰.۴$$

۳۱- طبق لم شور اگر  $T_1$  و  $T_2$  دو نمایش تقلیل ناپذیر از گروه  $G$  باشند، آنگاه هر عملگر ارتباطی

آندو..... می باشد؟

۰.۱ ارتباط معکوس دارند.      ۰.۲ بصورت نمایش یکانی است.

۰.۳ صفر و یا یک یکرختی از  $V_1$  بتوی  $V_2$  است.      ۰.۴  $T_1$  و  $T_2$  مستقل اند.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۲۰ تشریحی: ۰

تعداد سوالات: تستی: ۴۰ تشریحی: ۰

عنوان درس: نظریه گروهها

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۱۳۰۵۸

۳۲- کدامیک از روابط زیر صحیح نمی باشد؟

$$Tr(AB) = -Tr(BA) \quad .۲$$

$$TrA := \sum_{i=1}^n \langle e^i, Ae^i \rangle \quad .۱$$

$$Tr(aA + bB) = aTr(A) + bTr(B) \quad .۴$$

$$TrA := \sum_{i=1}^n A_{ii} \quad .۳$$

۳۳- تعداد دفعاتی که نمایش خاص  $U_\mu$  در تجزیه مستقیم نمایش با قاعده تکرار می شود ..... است؟

۱. معادل با بعد نمایش

۲. معادل با مجموعه گروه

۳. معادل با  $U^n$ ۴.  $N!$ ۳۴- گروه متقارن  $S_3$  دارای ..... عضو و دارای ..... کلاس مزدوجی است.

۱. ۶-۳

۲. ۶-۳

۳. ۳-۴

۴. ۴-۳

۳۵- اگر  $\mu: G_1 \rightarrow G_2$  یک همربختی باشد کدام گزینه صحیح است.۱.  $G_1$  و  $G_2$  زیرگروههای  $\ker \mu$  و  $\text{Im} \mu$  هستند۲.  $G_1$  و  $G_2$  زیرگروههای  $\ker \mu$  و  $\text{Im} \mu$  هستند۳.  $\ker \mu$  و  $\text{Im} \mu$  بترتیب زیر گروههایی از  $G_1$  و  $G_2$  هستند۴.  $\ker \mu$  و  $\text{Im} \mu$  بترتیب زیرگروههایی از  $G_2$  و  $G_1$  هستند۳۶- بعد حقیقی گروه لی  $U(n)$  ..... می باشد و  $SU(n)$  دارای بعد ..... است.۱.  $n^2$  و  $n^2 - 1$ ۲.  $n^2 - 1$  و  $n^2$ ۳.  $n$  و  $n - 1$ ۴.  $n - 1$  و  $n$ ۳۷- اگر  $H$  و  $K$  دو زیر گروه از گروه  $G$  باشند، کدام رابطه صحیح است؟۱.  $H \cap K$  زیر گروه  $G$  هستند۲.  $H \cup K$  زیر گروه  $G$  هستند۳.  $K$  زیرگروه  $H$  است۴.  $H$  زیرگروه  $K$  است۳۸- کدامیک از گزینه های زیر ضرب اسکالر روی  $Map(X, C)$  را نشان می دهد؟

$$\langle f_1, f_2 \rangle := f_1 f_2 \times f_2 f_1 \quad .۲$$

$$\langle f_1, f_2 \rangle := f_1^{-1} f_2 \quad .۱$$

$$\langle f_1, f_2 \rangle := \sum_{x \in X} f_1^*(x) f_2(x) \quad .۴$$

$$\langle f_1, f_2 \rangle := f_1 f_2 + f_2 f_1 \quad .۳$$



تعداد سوالات: تستی: ۴۰ تشریحی: ۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۲۰ تشریحی: ۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه گروهها

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۱۳۰۵۸

۳۹- عملگر کراندار  $P$  روی فضای هیلبرت یک عملگر تصویر است، اگر:

$$P = P^2 \quad .1 \quad P = P^+, P = 1 \quad .2 \quad P = P^+, P = P^2 \quad .3 \quad P = 0 \quad .4$$

۴۰- اگر  $A$  یک عملگر کراندار روی فضای هیلبرت باشد آنگاه الحاقی آن یعنی  $A^+$  نیز.....

$$.1 \text{ کراندار است} \quad .2 \text{ واحد است} \quad .3 \text{ بی نهایت است} \quad .4 \text{ واگراست}$$