

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۰۱

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- فرض کنید  $x_1$  و  $x_2$  میزان تولید دو محصول مختلف باشد. اگر اختلاف میزان تولید این دو محصول فقط یکی از مقادیر صفر، ۳ و ۶ باشد، محدودیت متناظر با این مساله کدام است؟

$$|x_1 - x_2| = 3y_2 + 6y_3 \quad .2$$

$$y_1, y_2, y_3 \in \{0, 1\}$$

$$y_2 + y_3 = 1$$

$$|x_1 - x_2| = y_1 + y_2 + y_3 \quad .1$$

$$y_1 \leq 0, y_2 \leq 3, y_3 \leq 6$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 1$$

$$|x_1 - x_2| = 3y_2 + 6y_3 \quad .4$$

$$y_1, y_2, y_3 \in \{0, 1\}$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 1$$

$$|x_1 - x_2| = 3y_2 + 6y_3 \quad .3$$

$$y_1, y_2, y_3 \in \{0, 1\}$$

۲- فرض کنید زمان مورد نیاز برای تولید دو نوع محصول A و B توسط یک ماشین به ترتیب a و b باشد. اگر این ماشین در هر

زمان بتواند فقط بر روی یک محصول کار کند و  $x_A$  و  $x_B$  به ترتیب زمان شروع به کار ماشین روی محصول A و B تعریف شوند، آنگاه کدام گزینه بیانگر محدودیت فوق می باشد؟

$$\begin{cases} x_A + a \leq x_B + My \\ x_B + b \leq x_A + My \\ y \in \{0, 1\} \end{cases} \quad .2$$

$$\begin{cases} x_A + a \leq x_B \\ x_B + b \leq x_A \end{cases} \quad .1$$

$$\begin{cases} x_A + a - x_B \leq My \\ x_B + b - x_A \leq M(1 - y) \\ y \in \{0, 1\} \end{cases} \quad .4$$

$$\begin{cases} x_A - x_B \leq a + My \\ x_B - x_A \leq b + M(1 - y) \\ y \in \{0, 1\} \end{cases} \quad .3$$

۳- کدام گزینه در مورد الگوریتم صفحه برش صحیح نمی باشد؟

۱. در این روش، برای بدست آوردن جواب بهینه، در هر تکرار قسمت کوچکی از جوابهای شدنی ناحیه مورد آزمایش قرار می گیرد.
۲. این روش، شامل افزودن قیودی است که بیانگر شرایط لازم برای صحیح شدن جوابها در مساله برنامه ریزی خطی می باشد.
۳. در این روش، در هر مرحله با افزودن قیود ثانویه، قسمتی از ناحیه شدنی مساله برنامه ریزی خطی پیوسته برش داده می شود.
۴. در این روش، ابتدا جواب بهینه مساله برنامه ریزی خطی پیوسته محاسبه شده و سپس ناحیه شدنی به تدریج تعدیل می گردد.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۰۱

۴- اگر سه قید برش زیر در حل یک مساله برنامه ریزی خطی صحیح مورد استفاده قرار گیرد، کدام قید برش قویتری را ایجاد خواهد کرد؟

$$\begin{cases} s_1 - \frac{21}{22}x_3 - \frac{3}{22}x_4 = -\frac{1}{2} \\ s_2 - \frac{7}{22}x_3 - \frac{1}{22}x_4 = -\frac{1}{2} \\ s_3 - \frac{1}{22}x_3 + \frac{21}{22}x_4 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

۲. قید متناظر با  $s_2$

۱. قید متناظر با  $s_1$

۴. هر سه قید، برش یکسانی را تولید می کنند

۳. قید متناظر با  $s_3$

مساله برنامه ریزی خطی دودوئی زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{Min } z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5$$

st :

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 \leq 1 \\ 7x_1 - 3x_3 + 4x_4 + 3x_5 \geq 2 \\ -11x_1 + 6x_2 + 3x_4 + 3x_5 \geq 1 \\ x_j = 0, 1 \quad j = 1, \dots, 5 \end{cases}$$

۵- فرض کنید  $J_k = \{-5\}$  جواب جزئی و  $\bar{z} = 3$  جواب بهینه مساله در تکرار  $k$ -ام روش الگوریتم جمعی باشد. در اینصورت متغیر ورودی کدام است؟

۴.  $x_3$

۳.  $x_2$

۲.  $x_1$

۱.  $x_4$

۶- جواب بهینه شدنی در تکرار  $k+1$  کدام است؟

۴.  $\bar{z} = 2$

۳.  $\bar{z} = 3$

۲.  $\bar{z} = 1$

۱.  $\bar{z} = 0$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۰۱

اگر  $J_k = \{-5, -4\}$  جواب جزئی و  $\bar{z} = 3$  جواب بهینه مساله فوق در تکرار  $k$ -ام روش الگوریتم جمع باشد،  
آنگاه جواب جزئی مساله در تکرار  $k+1$  کدام گزینه است؟

۲.  $J_{k+1} = \{-5, -4, 3\}$

۱.  $J_{k+1} = \{-5, 3\}$

۴.  $J_k$  قطع می گردد.

۳.  $J_{k+1} = \{-5, 4\}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۰۱

در جدول ذیل، اطلاعات مربوط به احتمال شکست گروهها با توجه به ملحق شدن دو دانشمند جدید به سه گروه تحقیقاتی داده شده است.

تعداد دانشمندان	گروه		
	۱	۲	۳
۰	۰.۴	۰.۶	۰.۸
۱	۰.۲	۰.۴	۰.۵
۲	۰.۱۵	۰.۲	۰.۳

اگر  $P_i(x_i)$  بیانگر احتمال شکست ناشی از تخصیص  $x_i$  دانشمند به گروه  $i$ ام ( $i=1,2,3$ ) باشد. با توجه به برنامه ریزی پویا اگر هدف تعیین نحوه تخصیص این دو دانشمند به سه گروه تحقیقاتی به گونه ای باشد که احتمال شکست کمینه شود، آنگاه با توجه به دو جدول زیر به سوالات ذیل پاسخ دهید.

$x_2^*$	$f_2^*(s_2)$	$s_2$
۰	۰.۴۸	۰
۰	۰.۳	۱
۲	۰.۱۶	۲

$x_1^*$	$f_1^*(s_1)$	$s_1$
b	a	۲

۸- گروههای تحقیقاتی و نیز تعداد دانشمندانی که هنوز به گروهی تخصیص نیافته اند، به ترتیب بیانگر کدام گزینه است؟

۱. مرحله - حالت      ۲. حالت - مرحله      ۳. متغیر تصمیم - حالت      ۴. حالت - متغیر تصمیم

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۰۱

۹- تابع هدف مساله داده شده کدام گزینه است؟ ( $S_n$  تعداد دانشمندان تخصیص نیافته در مرحله  $n$ )

$$f_n^*(s_n) = \text{Min} \{ p_n(x_n) + f_{n+1}^*(s_{n+1}) \mid x_n \leq s_n \} \quad .1$$

$$f_n^*(s_n) = \text{Min} \{ p_n(x_n) \cdot f_{n+1}^*(s_n) \mid x_n \leq s_n \} \quad .2$$

$$f_n^*(s_n) = \text{Min} \{ p_n(x_n) \cdot f_{n+1}^*(s_{n+1}) \mid x_n \leq s_n \} \quad .3$$

$$f_n^*(s_n) = \text{Min} \{ p_n(x_n) + f_{n+1}^*(s_n) \mid x_n \leq s_n \} \quad .4$$

۱۰- مقدار  $b$  در جدول داده شده در صورت مساله کدام است؟

۱. صفر      ۲. یک      ۳. دو      ۴. سه

۱۱- مقدار  $a$  در جدول داده شده در صورت مساله کدام است؟

۱. ۰.۰۶      ۲. ۰.۰۶۴      ۳. ۰.۷۲      ۴. ۰.۰۷۲

۱۲- جواب بهینه مساله با توجه به داده های جداول داده شده کدام گزینه است؟

$$(x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (1, 1, 0) \quad .2 \quad (x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (2, 0, 0) \quad .1$$

$$(x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (0, 0, 2) \quad .4 \quad (x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (1, 0, 1) \quad .3$$

تابع زیر را در نظر بگیرید.

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 2x_3 + x_2x_3 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$$

۱۳- کدام گزینه در مورد تابع داده شده  $f$  صحیح می باشد؟

۱. تابع  $f$  محدب است.      ۲. تابع  $f$  مقعر است.  
۳. تابع  $f$  هم محدب و هم مقعر است.      ۴. تابع  $f$  نه محدب و نه مقعر است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۰۱

۱۴- کدامیک از نقاط داده شده زیر، نقطه پایداری تابع  $f$  می باشد؟

$$\begin{array}{llll}
 (1, 2, 0) & \cdot 1 & \left(\frac{1}{2}, 0, 2\right) & \cdot 2 \\
 (1, 2, 0) & \cdot 4 & \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right) & \cdot 3
 \end{array}$$

۱۵- ماتریس هسیان متناظر با یک مساله برنامه ریزی خطی پیوسته با متغیرهای نامنفی در کدام گزینه صدق می کند؟

۱. ماتریسی معین مثبت است.

۲. ماتریسی معین منفی است.

۳. ماتریسی قطری است.

۴. ماتریس صفر است.

۱۶- مقدار عبارت  $\nabla_x f J^{-1}$  در حل یک مساله برنامه ریزی خطی پیوسته با متغیرهای نامنفی در کدام گزینه صادق است؟

۱. نشان دهنده مقدار متغیرهای دوگان است

۲. نشان دهنده مقدار متغیرهای مستقل است

۳. نشان دهنده مقدار متغیرهای وابسته است

۴. نشان دهنده مقدار تابع هدف دوگان می باشد

۱۷- در حل یک مساله برنامه ریزی خطی پیوسته با متغیرهای نامنفی با استفاده از روش ژاکوبین، کدام گزینه صحیح می باشد؟

۱.  $\nabla_c f = 0$  بیانگر مقدار متغیرهای غیراساسی است.۲.  $\nabla_c f = 0$  بیانگر مقدار متغیرهای اساسی است.۳.  $\nabla_c f = 0$  بیانگر ضرایب حساسیت متغیرهای دوگان است.۴.  $\nabla_c f = 0$  بیانگر ضرایب حساسیت متغیرهای اولیه است.۱۸- مساله  $Max \{f(x) | g(x) \leq 0\}$  را در نظر بگیرید. اگر تابع لاگرانژ بصورت

$$L(x, \lambda, s) = f(x) + \lambda(g(x) + s^2)$$
 تعریف شده باشد، علامت  $\lambda$  چگونه خواهد بود؟

۱. نامنفی

۲. مثبت

۳. بدون علامت

۴. نامثبت

سری سوال : ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۴

عنوان درس : بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/گد درس : ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۰۱

مساله برنامه ریزی غیرخطی زیر را در نظر بگیرید. اگر  $y = (x_1, x_2, x_3)$  مفروض باشد،

$$\text{Min } f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 3x_2^2 + 5x_1x_3^2$$

st :

$$\begin{cases} x_1x_3 + 2x_2 + x_2^2 = 11 \\ x_1^2 + 2x_1x_2 + x_3^2 = 14 \end{cases}$$

۱۹- ماتریس کنترل C در نقطه (1,2,3) کدام است؟

$$C = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot 4$$

$$C = (2 \ 6) \cdot 3$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot 2$$

$$C = (2 \ 2) \cdot 1$$

۲۰- ماتریس ژاکوبین J را در نقطه (0,1,-1) محاسبه کنید

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot 4$$

$$J = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot 3$$

$$J = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot 2$$

$$J = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot 1$$

۲۱- ایده اصلی در تعمیم روش لاگرانژ برای حل مساله  $\text{Max } \{f(X) \mid g_i(X) \leq 0, i = 1, \dots, m\}$  که در آن

$X \in R^n$  در کدام گزینه بیان شده است؟

۱. اگر جواب بهینه نامقید در تمام قیود صدق نکند، باید جواب بهینه مقید شده یک نقطه مرزی از فضای جواب باشد
۲. در جواب بهینه حداکثر یک قید از m قید موجود می بایست در معادلات به صورت تساوی برقرار باشد (فعال باشد)
۳. جواب بهینه تابع مشروط بر p قید تساوی همیشه بهتر از جواب بهینه مشروط بر q قید تساوی است (که در آن  $p < q$ )
۴. جواب بهینه تابع مشروط بر q قید تساوی همیشه بهتر از جواب بهینه مشروط بر p قید تساوی است (که در آن  $p < q$ )



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۰۱

روش جستجوی نسبت طلایی را برای حل مساله زیر در نظر بگیرید.

$$\text{اگر معیار توقف برابر با } |f(x_n) - f(x_{n-1})| \leq 0.5 \text{ و } x \in [1, 15] \text{ باشد،}$$

$$\text{Min } f(x) = x^4 - 15x^3 + 72x^2 - 1135x$$

۲۲- بازه عدم اطمینان در تکرار اول کدام گزینه است؟

۱. (1, 9.652)      ۲. (6.348, 9.652)      ۳. (1, 6.348)      ۴. (9.652, 15)

۲۳- مقدار  $x^2$  در تکرار دوم در کدام گزینه صادق است؟

۱. ۴.۳۰۴      ۲. ۶.۳۴۶      ۳. ۵.۳۴۸      ۴. ۸.۶۵۲

۲۴- طول بازه عدم اطمینان در تکرار دوم کدام گزینه است؟

۱. 2.043      ۲. 3.305      ۳. 5.348      ۴. 8.652

۲۵- فرض کنید در حل یک مساله برنامه ریزی دودویی محض با استفاده از الگوریتم جمعی، جواب جزئی در تکرار  $k$ -ام

$J_k = \{4, -3, 2, -6, -7\}$  می بایست قطع گردد، آنگاه جواب جزئی برای شروع تکرار  $k+1$ -ام یعنی  $J_{k+1}$  کدام گزینه

است؟

۱.  $J_{k+1} = \{4, -3, -2\}$       ۲.  $J_{k+1} = \{4, -3, 2, 6\}$

۳.  $J_{k+1} = \{4, -3, 2, -6, 7\}$       ۴.  $J_{k+1} = \{ \}$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

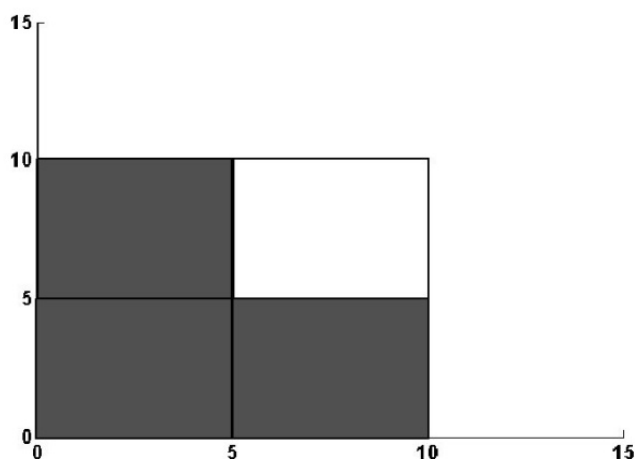
عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۰۱

### سوالات تشریحی

۱.۷۵ نمره

۱- ناحیه هاشورده غیرمحدب داده شده زیر را بصورت یک مساله برنامه ریزی خطی مختلط فرموله کنید.



۱.۷۵ نمره

۲- با استفاده از روش حذف متغیرهای حالت، مساله زیر را با بکاربردن ضرایب لاگرانژ ( $\lambda = 1$ ) حل نمایید.

$$\text{Min } z = 13x_1 - 5x_2^2 + 30.2x_2 - x_1^2 + 10x_3 - 2.5x_3^2$$

st :

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 10 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 5 \\ x_j \in Z^+ \cup \{0\} \quad j = 1, 2, 3 \end{cases}$$

۱.۷۵ نمره

۳- با استفاده از روش جستجوی دوشقی و در نظر گرفتن مقادیر اولیه  $x_L = 0, x_R = 3$  و نیز  $\Delta = \frac{1}{1000}$  مساله برنامه ریزی زیر را حل کنید (سه تکرار کافیت)

$$\text{Maximize } f(x) = \begin{cases} 3x & 0 \leq x \leq 2 \\ -\frac{x}{3} + \frac{20}{3} & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۰۱

نمره ۱.۷۵

۴- مساله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. با در نظر گرفتن متغیرهای  $x_1, x_3$  بعنوان متغیرهای غیر اساسی، مساله را با روش ژاکوبین حل کنید.

$$\text{Max } z = 2x_1 + 3x_2$$

st :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 3 \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$