



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۴۲

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- فرض کنید $f, g, h \in F[x]$ دو چند جمله ای روی میدان F باشند. در این صورت:۱. اگر $g \mid fh$ و f, g نسبت به هم اول باشند آنگاه $g \mid h$.۲. اگر $g \mid h, f \mid h$ و f, g نسبت به هم اول باشند آنگاه $fg \mid h$.۳. اگر $g \mid f, g \mid h$ آنگاه $f = g$.۴. اگر $d = \gcd(f, g)$ آنگاه $d \mid h$.۲- فرض کنید $I = \langle f \rangle, J = \langle g \rangle$ دو ایده آل $F[x]$ باشند (F یک میدان). آنگاه $I = J$ اگر و تنها اگر:۱. $f = g$.۲. f, g عناصر یکه باشند.۳. f, g وابسته باشند.۴. $\deg(f) = \deg(g)$.۳- $Q(\sqrt{3}, \sqrt{11})$ با کدام توسیع های زیر مساوی است؟۱. $Q(\sqrt{3} + \sqrt{11})$ ۲. $Q(\sqrt{3}, 3)$ ۳. $Q(\frac{3}{11})$ ۴. $Q(\sqrt{\frac{3}{11}})$ ۴- کوچکترین میدانی که شامل Q و ریشه های چند جمله ای $X^2 + 4$ باشد کدام است؟۱. C ۲. R ۳. $F = Q(i, \sqrt{2})$ ۴. $F = Q(i\sqrt{2})$

۵- کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر $F = Q(\sqrt{2})$ آنگاه $|\text{Gal}_Q F| = 2$ ۲. اگر $F = Q(\sqrt[3]{2})$ آنگاه $|\text{Gal}_Q F| = 3$ ۳. اعداد $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ روی Q مزدوج نمی باشند.۴. $[Q(\sqrt{2}) : Q] = 4$ ۶- اگر F یک توسیع رادیکال K باشد آنگاه $[F : K]$ است.

۱. عددی اول

۲. برابر P^n (P عددی اول)۳. برابر $P(P+1)$ (P عددی اول)

۴. متناهی



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۴۲

۷- در ترسیم با خط کش و پرگار، کدام گزینه نادرست است؟

۱. ترسیم یک مکعب با حجم ۲ امکان ناپذیر است.
۲. ترسیم یک مربع که مساحت آن برابر مساحت یک دایره مفروض باشد امکان پذیر است.
۳. تثلیث زاویه ۶۰ درجه امکان پذیر نیست.
۴. اگر P عدد اول فردی باشد آنگاه یک چند ضلعی با P ضلع ساخت پذیر است اگر و فقط اگر $p = 2^m + 1$ برای $m \in \mathbb{N}$ ی.

۸- کدام چند ضلعی ترسیم پذیر نیست؟

۱. پنج ضلعی
۲. هفده ضلعی
۳. نه ضلعی
۴. هفت ضلعی

۹- کدام یک از اعداد زیر روی \mathbb{Q} جبری هستند؟

۱. $\pi + 5$
۲. $1 - \sqrt{2}$
۳. e^2
۴. $2e$

۱۰- کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

۱. درجه هر چند جمله ای تحویل ناپذیر روی \mathbb{R} بزرگتر از ۲ است.
۲. \mathbb{C} توسیعی نامتناهی از \mathbb{R} است.
۳. \mathbb{R} توسیعی متناهی از \mathbb{Q} است.
۴. بین \mathbb{R} و \mathbb{Q} زیر میدان دیگری وجود دارد.

۱۱- اگر F یک میدان متناهی با مشخصه ۱۱ باشد، آنگاه F می تواند دارای چند عنصر باشد؟

۱. ۱۰
۲. ۱۰۰
۳. ۲۲
۴. ۱۲۱

۱۲- اگر E میدان اعداد جبری باشد، آنگاه:

۱. E توسیع میدانی \mathbb{Q} نیست.
۲. E روی \mathbb{Q} جبری نیست.
۳. E روی \mathbb{Q} متناهی بعد نیست.
۴. $[E:\mathbb{Q}] \leq p-1$ (p عددی اول).

۱۳- کدامیک از حلقه های زیر میدان است؟

۱. $\frac{F_{11}[x]}{(x^2-1)}$
۲. $\frac{F_{11}[x]}{(x^2-3)}$
۳. $\frac{F_5[x]}{(x^2-2)}$
۴. $\frac{F_7[x]}{(x^2-2)}$

۱۴- اگر $F = \mathbb{Q}(\sqrt{1+\sqrt{3}})$ آنگاه $[F:\mathbb{Q}]$ برابر است با:

۱. ۴
۲. ۲
۳. ۳
۴. ۱



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۴۲)

۱۵- کدام یک از گروه های زیر حل پذیر نمی باشد؟

۴. Z_{1392}

۳. S_{1392}

۲. D_{111}

۱. D_{1392}

۱۶- چند جمله ای مینیمال $\alpha = \sqrt{3} + \sqrt{2}i$ روی Q برابر است با:

۴. $x^4 - 2x^2 - 25$

۳. $x^4 + 2x^2 + 25$

۲. $x^4 - 2x^2 + 25$

۱. $x^4 + 2x^2 - 25$

۱۷- کدام یک از چند جمله ای های زیر در حلقه $Q[X]$ تحویل پذیر است؟

۴. $x^3 - x - 1$

۳. $x^4 - 4$

۲. $x^2 + 9$

۱. $x^2 + 3$

۱۸- فرض کنید ξ ریشه p -ام اولیه واحد روی Q باشد. چند جمله ای مینیمال ξ کدام است؟ (p عددی اول)

۲. $x^p + x^{p-1} + \dots + x + 1$

۱. $x^p + 1$

۴. $x^p - 1$

۳. $x^{p-1} + x^{p-2} + \dots + x + 1$

۱۹- میدان شکافنده $f = x^2 + 5$ روی اعداد حقیقی R برابر است با:

۴. $Q(i)$

۳. C

۲. $Q(i, \sqrt{5})$

۱. $Q(i\sqrt{5})$

۲۰- اگر $F = Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ آنگاه گروه گالوای F روی Q ، با کدام گروه یکرخت است؟

۴. S_7

۳. Z_4

۲. $Z_7 \times Z_7$

۱. $Z_7 \times Z_7$

۲۱- فرض کنید $\omega = \sqrt[3]{2}$ ، $F = Q(\omega, i)$ و $G = Gal_Q F$. در این صورت $0(G)$ برابر است با:

۴. ۱۶

۳. ۲

۲. ۴

۱. ۸

۲۲- تعداد خودریختی های $F = Q(\sqrt[3]{2})$ برابر است با:

۴. ۳

۳. ۲

۲. ۱

۱. صفر

۲۳- کدام یک از توابع های زیر یک توسیع نرمال از Q نیست؟

۲. $Q(5\sqrt{7})$

۱. $Q(\sqrt{-2})$

۴. $Q(x)$ که در آن x روی Q جبری نیست.

۳. $Q(\sqrt{-1})$

۲۴- گروه گالوای $f(x) = x^{15} - 2$ روی Q از مرتبه چند است؟

۴. ۱۴

۳. ۱۲۰

۲. ۱۵!

۱. ۱۵



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۲

۲۵- فرض کنید $K < L < M < F$ ، $G = Gal_k F$ و $[M : L]$ متناهی باشد. در این صورت:

$$.۱ \quad (L' : M') \leq [M : L] \quad .۲ \quad (L' : M') \geq [M : L]$$

$$.۳ \quad [M : L] \geq (M' : L') \quad .۴ \quad [M : L] \leq (M' : L')$$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید $K < F$ و $[F : K]$ متناهی باشد. نشان دهید F روی K جبری است. ۱.۷۵ نمره

۲- فرض کنید $f : G \rightarrow H$ یک همریختی پوشای گروه ها باشد. ثابت کنید اگر G حل پذیر باشد آنگاه H نیز حل پذیر است. ۱.۷۵ نمره

۳- نشان دهید چند جمله ای $f(x) = x^5 + 5x^4 - 5 \in \mathbb{Q}[x]$ روی \mathbb{Q} بوسیله رادیکال ها حل پذیر نیست. ۱.۷۵ نمره

۴- نشان دهید تثلیث یک زاویه دلخواه امکان پذیر نیست. ۱.۷۵ نمره