

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبنای جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۳۲۵

۱- کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟

۰ در یک حلقه تعویض پذیر با عنصر یکه هر ایده ال اول، ماکسیمال است .

در یک حلقه تعویض پذیر با عنصر یکه R ، ایده ال I ماکسیمال است اگر و تنها اگر I میدان باشد .

در یک حلقه تعویض پذیر با عنصر یکه R ، ایده ال I اول است اگر و تنها اگر I میدان باشد .

۰۴ هیچ کدام از ایده ال های Z ماکسیمال نیستند .

۲- کدام یک از گزینه های زیر میدان نیست؟

۰۱ R . ۰۲ (Z_p, \oplus, \odot) که P عددی اول است .

۰۳ $\frac{PZ}{PZ}$ که در آن P عددی اول است . ۰۴ $\frac{2}{Z}$

۳- کدام یک از حلقه های زیر عضو یکه ندارد؟

۰۱ $(+, \cdot)$. ۰۲ $(+, \cdot)$

۰۳ $(2Z, +, \cdot)$. ۰۴ $A = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in Z\}$

۴- کدام جفت از گروه های داده شده با یکدیگر یکسانند؟

۰ $G_1 = (Z_4, \oplus), G_2 = (Z_8, \oplus)$

۰ (چهار عضوی کلاین) $G_1 = (Z_4, \oplus)$ و $G_2 =$

۰ $G_1 = (R^+, \cdot), G_2 = (R, +)$

۰۴ $G_1 = (Q^+, \cdot), G_2 = (Q, +)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۳۲۵

۵- کدام یک از همسانی های زیر یک یکسانی است؟

۱. $\varphi: G \rightarrow G, \quad \forall x \in G \quad \varphi(x) = e$

۲. $\varphi: (Z, +) \rightarrow (Z_n, \oplus), \quad \forall m \in Z \quad \varphi(m) = \bar{m}$

۳. $\varphi: GL(2, R) \rightarrow (R - \{0\}, \cdot), \quad \varphi \left[\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right] = ad - bc$

۴. $\varphi: (R, +) \rightarrow (R^+, \cdot), \quad \varphi(x) = e^x$

۶- کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟

۱. اگر H زیرگروه نرمال G و K زیرگروه G باشد آنگاه $H \cap K$ زیرگروه نرمال G است.

۲. اگر H و K هر دو زیرگروه نرمال G باشند و $H \cap K = \{e\}$ آنگاه برای هر $x \in H$ و $y \in K$ داریم $xy = yx$.

۳. اگر N زیرگروه نرمال G و H زیرگروه دلخواه G باشد و آنگاه $NH = \{nh \mid n \in N, h \in H\}$ زیرگروه نرمال G است.

۴. اگر $H = \langle g \rangle = \{e, g\}$ آنگاه H زیرگروه نرمال S_3 است.

۷- کدام یک از ویژگی های زیر درباره یک زیرگروه نرمال صحیح نیست؟

۱. $\forall g \in G, gHg^{-1} = H$ در H نرمال است اگر و تنها اگر

۲. $Z(G)$ در G نرمال است.

۳. اگر هر زیرگروه G نرمال باشد آنگاه G آبدلی است.

۴. اگر H زیرگروه G باشد به طوری که $(G : H) = 2$ آنگاه H در G نرمال است.

۸- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. گروه Z_8 عضوی از مرتبه ۵ دارد.

۲. گروه Z_8 عضوی از مرتبه ۶ دارد.

۳. گروه Z_8 عضوی از مرتبه ۳ دارد.

۴. گروه Z_8 عضوی از مرتبه ۴ دارد.

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۱، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (ارشد) - ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۳۲۵

۹- گروه (Z_{10}, \oplus) و زیرگروه $H = \langle 2 \rangle$ از آن را در نظر بگیرید. در این صورت:

۱. $|H| = 4$ و $(G:H) = 3$ ۲. $|H| = 5$ و $(G:H) = 2$

۳. $|H| = 5$ و $(G:H) = 3$ ۴. $|H| = 4$ و $(G:H) = 2$

۱۰- مرتبه جایگشت $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ برابر است با:

۱. ۲ ۲. ۴ ۳. ۳ ۴. ۱

۱۱- در $Z_4 \times Z_9 \times Z_{10}$ مرتبه عنصر $(2, 3, 2)$ برابر کدام یک از گزینه های زیر است؟

۱. ۳۰ ۲. ۱۲ ۳. ۶۰ ۴. ۱

۱۲- کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟

۱. تمام زیرگروه های Z_5 دوری است.
۲. تنها زیرگروه های دوری Z به صورت PZ هستند که در آن P عددی اول است.
۳. تنها زیر گروه های دوری Z_{10} بصورت $\langle n \rangle$ هستند که در آن $0 \leq n \leq 5$.
۴. Z_8 تنها دو زیرگروه دارد.

۱۳- کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

۱. مرتبه هر عضو از یک گروه دوری، متناهی است.
۲. مرتبه هر عضو در یک گروه، متناهی است.
۳. مرتبه هر عضو یک گروه متناهی، متناهی است.
۴. مرتبه هر عضو از یک گروه آبدلی، متناهی است.

۱۴- کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟

۱. در گروه (Z_6, \oplus) اگر $H = \langle 2 \rangle$ و $k = \langle 3 \rangle$ آنگاه: $H \times K \cong H + K$
۲. در گروه (Z_8, \oplus) اگر $H = \langle 2 \rangle$ و $k = \langle 4 \rangle$ آنگاه: $H \times K \cong H + K$
۳. در گروه (Z_4, \oplus) اگر $H = \langle 2 \rangle$ و $k = \langle 2 \rangle$ آنگاه: $H \times K \cong H + K$
۴. در گروه S_3 اگر $H = \{e, f, f^2\}$ و $K = \{e, g\}$ آنگاه $H \times K \cong HK$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۳۲۵

۱۵- فرض کنیم G یک گروه است. کدام یک از احکام زیر درست است؟

۱. اگر G دوری باشد آنگاه G متناهی است.
 ۲. اگر G متناهی باشد آنگاه G دوری است.
 ۳. اگر G دوری باشد آنگاه G آبلی است.
 ۴. اگر G آبلی باشد آنگاه G دوری است.

۱۶- در مورد گروه $Z \times Z_5$ کدام حکم درست است؟

۱. دوری است.
 ۲. غیر آبلی است.
 ۳. آبلی است.
 ۴. آبلی متناهی است.

۱۷- از بین گروه های جمعی زیر کدام یک دوری است؟

۱. $Z \times Z_5$
 ۲. $Z \times Z$
 ۳. $Z_p \times Z_3 \times Z_{11}$
 ۴. $Z_{18} \times Z_{18}$

۱۸- یک مجموعه مولد برای گروه چهارتایی کلین $k = \{e, a, b, c\}$ کدام است؟

۱. $\{e, a\}$
 ۲. $\{e, b, b^2\}$
 ۳. $\{c, b^2\}$
 ۴. $\{a, b, c^2\}$

۱۹- گروه چهار تایی کلین :

۱. آبلی و دوری است اما متناهی نیست.
 ۲. آبلی و متناهی است اما دوری نیست.
 ۳. دوری و متناهی است اما آبلی نیست.
 ۴. آبلی و دوری و متناهی است.

۲۰- کدام یک از گروه های زیر غیر دوری است؟

۱. (Z_3, \oplus)
 ۲. $(Z, +)$
 ۳. $(Q, +)$
 ۴. (Z_p, \oplus)

۲۱- کدام یک از گروه های زیر غیر آبلی است؟

۱. $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} \end{pmatrix} \mid a \in R, a \neq 0 \right\}$
 ۲. $(Z, +)$

۳. (R, \circ)
 ۴. $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in R, ad \neq 0 \right\}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۳۷ -، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۳۲۵

۲۲- کدام یک از ساختارهای جبری زیر با عمل داده شده یک گروه تشکیل می دهد؟

۱. (\mathbb{R}^-, \cdot)

۲. $(\mathbb{R}, *)$ که عمل $*$ به صورت $a * b = 2(a + b)$ داده شده است.

۳. (\mathbb{Z}^+, \cdot)

۴. $GL(2, \mathbb{R})$

۲۳- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. در $(\mathbb{Z}_{15}, \oplus)$ رتبه عدد ۱۱ برابر ۱۰ می باشد

۲. در $GL(2, \mathbb{R})$ داریم $O\left(\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\right) = 2$

۳. در (\mathbb{R}^+, \cdot) همه اعضاء رتبه نامتناهی دارند.

۴. در (\mathbb{C}, \cdot) ، $O(i) = 2$ است.

۲۴- کدام یک از احکام زیر صحیح است؟

۱. هرگاه $(m, n) = d$ ، $O(x) = m$ ، انگاه $O(x^m) = \frac{n}{d}$

۲. هرگاه $x^n = e$ ، $O(x) = m$ ، انگاه n عدد m را تقسیم می کند.

۳. هرگاه $(m, n) = d$ ، $O(x) = m$ ، انگاه $O(x^n) = \frac{n}{d}$

۴. هرگاه $x^n = e$ ، $O(x) = m$ ، انگاه m عدد n را تقسیم می کند.

۲۵- فرض کنید A و B دو مجموعه باشند. کدام یک از تعاریف زیر یک عمل دوتایی روی مجموعه A معرفی می کند؟

۱. تابعی مانند: $f: A \times A \rightarrow B$

۲. تابعی مانند: $f: A \times A \rightarrow A$

۳. تابعی مانند: $f: A \rightarrow B$

۴. تابعی مانند: $f: A \rightarrow A \times A$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۳۲۵

سوالات تشریحی

در زیر منظور از Z, Q, R و C به ترتیب مجموعه اعداد صحیح، گویا، حقیقی و مختلط است.

۲.۸۰ نمره

۱- ثابت کنید که اگر $G = \langle a \rangle$ نامتناهی باشد تنها مولدهای G عبارتند از a, a^{-1} .

۱.۴۰ نمره

۲- هر گروه از مرتبه عدد اول p دوری است.

۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنید H, K دو زیرگروه از گروه G هستند ثابت کنید:
 $H \cup K$ زیر گروه G است اگر و تنها اگر یکی از آنها شامل دیگری باشد.

۱.۴۰ نمره

۴- ثابت کنید هر قلمرو صحیح متناهی، یک میدان است.