

## کارشناسی

حضرت علی(ع): دانش راهبر نیکویی برای ایمان است

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: ریاضی فیزیک ۲

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۳۰۱۲

۱- تفاوت آشکار میان سری لوران و سری تیلور تابع  $f(z)$  حول  $z_0$  در چیست؟۱. عدم وجود توان های منفی  $(z - z_0)$  در بسط تیلور۲. تابع  $f(z)$  را می توان حول نقطه تکین تابع بسط لوران داد۳. تفاوتی بین بسط لوران و تیلور تابع  $f(z)$  حول نقطه تکین  $z_0$  وجود ندارد

۴. هر دو مورد ۱ و ۲

۲- کدام رابطه برای اعداد مختلط  $z_1$  و  $z_2$  وجود دارد؟

۱.  $|z_1| - |z_2| \geq |z_1 + z_2| \geq |z_1| + |z_2|$

۲.  $|z_1| - |z_2| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

۳.  $|z_1 \cdot z_2| > |z_1| \cdot |z_2|$

۳.  $|z_2| \geq |z_1 + z_2| \geq |z_1|$

۳- فاز تابع  $f(z) = u + iv$  برابر است با:۱. جز موهومی لگاریتم  $f(z)$ ۱. جز حقیقی لگاریتم  $f(z)$ ۲.  $iv$ ۳. لگاریتم  $f(z)$ ۴- حاصل انتگرال  $\oint \frac{dz}{z^2 + z}$  بر روی پربند دایره ای با ضابطه  $|z| > 1$  چقدر می باشد؟۱.  $\infty$ 

۲. صفر

۳. ۱

۴. -۱

۵- حاصل انتگرال  $\frac{1}{2\pi i} \oint z^{m-n-1} dz$  بر روی پربندی که مبدا را یک بار دور می زند برابر است با:۱.  $\infty$ ۲.  $\frac{1}{2}$ ۳.  $-\frac{1}{2}$ ۴.  $\delta_{mn}$ ۶- انتگرال اشلاfi نظیر چند جمله ای لژاندر  $P_1(x)$  برابر است با:  $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$ 

۱.  $-\frac{1}{4\pi i} \oint \frac{1}{z-x} dz$

۲.  $-\frac{1}{4\pi i} \oint \frac{1-z^2}{z-x} dz$

۳.  $-\frac{1}{4\pi i} \oint \frac{1-z^2}{z-x} dz$

۴.  $-\frac{1}{4\pi i} \oint \frac{1-z^2}{(z-x)^2} dz$

۷- بسط لوران تابع  $\frac{1}{z^2 - z}$  حول  $z = 0$  چگونه است؟

۱.  $-\sum_{n=-1}^{\infty} z^n$

۲.  $-\sum_{n=-1}^{\infty} z^{-n}$

۳.  $-\sum_{n=-1}^{\infty} (z-1)^{-n}$

۴.  $-\sum_{n=-1}^{\infty} (z-1)^n$

## کارشناسی

حضرت علی(ع): دانش راهبر نیکویی برای ایمان است

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: ریاضی فیزیک ۲

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۳۰۱۲

۸- مختصات قطبی تحت نگاشت  $\frac{1}{z}$  (که در آن  $z = re^{i\theta}$ ) چگونه تبدیل می شوند؟

۱.  $\rho = \frac{1}{r}, \varphi = \theta$       ۲.  $\rho = r, \varphi = -\theta$       ۳.  $\rho = r^2, \varphi = -\theta$       ۴.  $\rho = \frac{1}{r}, \varphi = -\theta$

۹- حاصل انتگرال  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$  برابر است با:

۱.  $\pi$       ۲. ۱      ۳.  $\infty$       ۴. صفر

۱۰- حاصل انتگرال  $\int_0^{\infty} \frac{x^{-a}}{1+x} dx$  (که در آن  $0 < a < 1$ ) برابر است با:

۱.  $\frac{\sin \pi a}{a}$       ۲.  $\frac{\sin \pi a}{\pi}$       ۳.  $\frac{\pi}{\sin \pi a}$       ۴. صفر

۱۱- رابطه بین توابع  $u(x), v(x)$  که تبدیل های هیلبرت همدیگرند و هر یک انتگرال پذیر مجذوری هستند، چگونه است؟

۱.  $\int_{-\infty}^{\infty} u(x)v(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} |v(x)|^2 dx$       ۲.  $\int_{-\infty}^{\infty} |u(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |v(x)|^2 dx$   
 ۳.  $\int_{-\infty}^{\infty} u(x)v(x)dx = -\int_{-\infty}^{\infty} |v(x)|^2 dx$       ۴.  $\int_{-\infty}^{\infty} |u(x)|^2 dx = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |v(x)|^2 dx$

۱۲- وارون کمیت  $1+2i$  کدام است؟

۱.  $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$       ۲.  $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$       ۳.  $5+2i$       ۴.  $5-2i$

۱۳- شرایط کوشی ریمان برای کدام تابع زیر برقرار است؟

۱.  $z^2 + z^*$       ۲.  $z + z^*$       ۳.  $z^2$       ۴.  $z^*$

۱۴- اگر عملگر دیفرانسیلی مرتبه دوم  $L$ ، خودالحاقی باشد آنگاه  $\int_a^b [y_2 Ly_1 - y_1 Ly_2] dx$  برابر است با:

۱.  $(y_1' y_2 - y_1 y_2')|_a^b$       ۲.  $(y_1 y_2' - y_1' y_2)|_a^b$       ۳.  $p(y_1' y_2 - y_1 y_2')|_a^b$       ۴. صفر

## کارشناسی

حضرت علی(ع): دانش راهبر نیکویی برای ایمان است

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: ریاضی فیزیک ۲

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۳۰۱۲

۱۵- با توجه به وابستگی خطی در جوابهای یک معادله بصورت زیر کدام عبارت درست است؟

$$\varphi_1 = e^x, \varphi_2 = e^{-x}, \varphi_3 = \cosh x$$

$$e^x + e^{-x} + \cosh x = 0 \quad \cdot 2$$

$$e^x + e^{-x} - 2 \cosh x = 0 \quad \cdot 1$$

$$e^x + e^{-x} + \sinh x = 0 \quad \cdot 4$$

$$e^{2x} + e^{-x} + \sinh x = 0 \quad \cdot 3$$

۱۶- فضای هیلبرت کدام است؟

۱. یک فضای غیر خطی که در آن ضرب برداری  $\langle f \times g \rangle$  تعریف شده و کامل باشد.۲. یک فضای خطی که در آن ضرب داخلی  $\langle f | g \rangle$  تعریف شده و کامل باشد.۳. فضای متناهی که در آن  $f(x), g(x)$  وابسته خطی باشند.۴. فضای نامتناهی که در آن  $f(x), g(x)$  مستقل از یکدیگر باشند.۱۷- ناحیه داخل دایره واحد در صفحه  $W$  ها، تحت تبدیل  $w = \frac{z-i}{z+i}$  نظیر چه بخشی از صفحه  $Z$  است.۲. ربع اول و چهارم صفحه  $Z$ ۱. ربع دوم و سوم صفحه  $Z$ ۴. ربع سوم و چهارم صفحه  $Z$ ۳. ربع اول و دوم صفحه  $Z$ 

۱۸- کدام یک از عبارتهای زیر بیانگر نامساوی شوارتس است؟

$$\langle f | g \rangle \geq \langle f | f \rangle \langle g | g \rangle \quad \cdot 2$$

$$\langle f | g \rangle \geq \langle f | f \rangle^{\frac{1}{2}} \langle g | g \rangle^{\frac{1}{2}} \quad \cdot 1$$

$$\langle f | g \rangle \leq \langle f | f \rangle^{\frac{1}{2}} \langle g | g \rangle^{\frac{1}{2}} \quad \cdot 4$$

$$\langle f | g \rangle \leq \langle f | f \rangle \langle g | g \rangle \quad \cdot 3$$

۱۹- با توجه به اینکه عملگر  $H$  هرمیتی و قطعاً مثبت است آنگاه داریم:

$$\int_a^b f^* H f dx > 0 \quad \cdot 2$$

$$\int_a^b f^* H f dx < 0 \quad \cdot 1$$

۴. نمیتوان در مورد مقدار چشمداشتی  $H$  را قضاوت کرد.

$$\int_a^b f^* H f dx = 0 \quad \cdot 3$$

۲۰- حاصل مجموع  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n}$  (که در آن  $x \in (0, 2\pi)$ ) برابر است با:

$$+ \ln \left( 2 \sin \frac{x}{2} \right) \quad \cdot 4$$

$$+ \ln \left( 2 \cos \frac{x}{2} \right) \quad \cdot 3$$

$$- \ln \left( 2 \cos \frac{x}{2} \right) \quad \cdot 2$$

$$- \ln \left( 2 \sin \frac{x}{2} \right) \quad \cdot 1$$

## کارشناسی

حضرت علی(ع): دانش راهبر نیکویی برای ایمان است

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: ریاضی فیزیک ۲

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۳۰۱۲

## سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

۱- نشان دهید که  $\frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{t(t-x)}$  نمایشی برای تابع دلتا  $\delta(x)$  می باشد. یعنی  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x)dx = f(0)$ . فرض کنید که  $f(x)$  حائز شرایط لازم برای وجود تبدیل هیلبرت باشد.

نمره ۱.۷۵

۲- نشان دهید معادله چبیشف  $(1-x^2)y'' - xy' + n^2y = 0$  خود الحاق نیست و آن را به صورت خودالحاق در آورید.

نمره ۱.۷۵

۳- ضرایب بسط فوریه تابع  $f(x) = x^2, -\pi < x < \pi$  را بدست آورید.

نمره ۱.۷۵

۴- با توجه به شکل  $J = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y_x) dx$  نشان دهید معادله اویلر را می توان به شکل

$$\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{d}{dx} \left( f - y_x \frac{\partial f}{\partial y_x} \right) = 0 \quad \text{نوشت.}$$