مؤسسهٔ آموزش عالی آزاد پارسه

آخرین قدم

در درس مکانیک سیالات

استاد رضا طاهری

www.20file.org

با سلام

در راهی که با هم شروع کرده‌ایم و هدفی که برای خود ترسیم نموده‌ایم، یک کلمه مشترک جلب توجه می‌کند:

قبولی در آزمون کارشناسی ارشد

در واقع هدف ما در این راستا، آشکارا و به‌طور مکرر بیان شده است:
تا سال ۹۰، ۹۰ درصد پذیرش کل در ۳۳ رشته کارشناسی ارشد، از اعضاء خانواده پارسه باشند.

و هدف شما نیز در این راستا به وضوح قابل تشخیص است:
من باید در سال جاری یکی از پذیرفته‌شدگان کنکور کارشناسی ارشد باشم (البته احتمالاً با یک قید اضافی یعنی اسم دانشگاه).

این است که برای تحقق این اهداف چندماهی را همراه هم بوده‌ایم.
در حقیقت اولین قدم، پیوستن شما به برنامه‌های پارسه بود که با دریافت منابع علمی ارائه شده، حرکت مشترک شروع گردید و با اجرای هر آزمون یک گام به‌جلو برداشتیم.

از اولین روز تصمیم داشتیم، بعد از ششمین آزمون، یک برنامه ویژه را برای رسیدن به هدف مشترکمان، خدمتتان ارائه کنیم.

به‌طور طبیعی طرح مذکور برای کسانی آماده شده که به‌طور نسبی با برنامه‌های ما پیش آمده‌اند و به‌نظر می‌رسد به‌طور ملموسی پتانسیل موفقیت در آزمون سال‌جاری را دارا هستند، این است که افراد مخاطب ما، بایستی حائز این شرط باشند که:

$$\text{یک چهارم نمره حدنصاب رشته} \geq \frac{\text{مجموع نمره علمی شش آزمون}}{۶}$$

از آنجا که در روزهای نزدیک امتحان آنچه اهمیت دارد، مرور آموخته‌های قبلی است و آنچه فاقد ارزش و البته اتلاف وقت است، آموختن مطالب جدید می‌باشد، لذا آنچه در پیش روی دارید تلاشی است برای یک مقصود کاملاً ارزشمند:

کسب بهترین نتیجه با صرف کمترین زمان

مجموعه حاضر که حاصل تلاش مجدانه اساتید محترم پارسه است و با تکیه بر سالیان متمادی تجربه ایشان در آزمون‌های ورودی کارشناسی ارشد طراحی گردیده، در رئوس زیر جمع‌بندی شده و اصلی‌ترین مطالب که در روزهای نزدیک امتحان باید به خاطر داشته باشید را مرور می‌کند.

۱ـ ارائه خلاصه درس به همراه طرح نکات کلیدی
۲ـ ارائه مهم‌ترین تست‌های کنکورهای سراسری و پارسه در سالیان اخیر

این است که با مطالعه آن می‌توانید ضمن تثبیت آموخته‌هایتان، توانایی‌های لازم برای روز آزمون را بهبود بخشیده و با کسب یک اعتماد به نفس کاملاً منطقی، ترفیع قابل توجهی را در رتبه خود ایجاد کنید.

پس لطفاً آخرین قدم را محکم بردارید

کاوه عابدین‌زاده
رئیس موسسه آموزش عالی پارسه
info@parseh.ac.ir

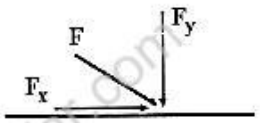
www.20file.org

فصل اول

خواص سیال

سیال ماده‌ای است که تحت اثر یک تنش برشی ـ هر چند هم که کوچک باشد ـ تغییر شکل می‌دهد.

نیروی برشی، مؤلفه مماسی نیروی وارد به سطح است. نسبت نیروی برشی به مساحت سطح تنش برشی نامیده می‌شود و با علامت τ نشان داده می‌شود. نسبت مؤلفه عمودی نیروی وارد برسطح فشار نام دارد و با P نمایش داده می‌شود.



$$\tau = \frac{F_x}{A} \qquad P = \frac{F_y}{A}$$

قانون لزجت نیوتن

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

ویسکوزیته (لزجت مطلق یا لزجت دینامیکی)

ویسکوزیته خاصیتی از سیال است که سیال به خاطر آن خاصیت در مقابل نیروهای برشی از خود مقاومت نشان می‌دهد. ویسکوزیته با μ نمایش داده می‌شود. با افزایش دما ویسکوزیته مایعات کاهش می‌یابد ولی ویسکوزیته گازها افزایش می‌یابد.

دیمانسیون لزجت برابر است با $ML^{-1}T^{-1}$

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} = \frac{\frac{N}{m^2}}{\frac{\frac{m}{s}}{m}} = \frac{N.s}{m^2} = Pa.s$$

واحد لزجت در سیستم cgs و امریکائی به ترتیب $\text{poise} = \frac{gr}{cm.sec}$ و $\left(\frac{lb_f.sec}{ft^2}, \frac{lb_m}{ft.sec}\right)$ می باشند. همچنین :

$1poise = 0.1 pa.sec$, $Cp = Centipoise = 10^{-3}\ pa.sec$

www.20file.org

ویسکوزیته سینماتیک

نسبت لزجت به جرم مخصوص را لزجت سینماتیک می‌گویند و با ν نمایش می‌دهند. دیمانسیون ویسکوزیته سینماتیک برابر با L^2T^{-1} می‌باشد و واحدهای ویسکوزیته سینماتیک در سیستم cgs، SI و امریکائی عبارتند از:

$$\frac{ft^2}{sec} \ , \ \frac{cm^2}{sec}=stoks \ , \ \frac{m^2}{sec}$$

همچنین داریم :

$$\nu(stoks)\times\rho\left(\frac{gr}{cm^3}\right)=\mu(poise)$$

تقسیم‌بندی سیالات

سیالات را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم‌بندی کرد: سیالات نیوتنی و سیالات غیرنیوتنی. در سیالات نیوتنی تنش برشی (τ) برحسب نرخ تغییر شکل $\left(\frac{du}{dy}\right)$ خط راستی است که از مبداء می‌گذرد ولی در مورد سیالات غیرنیوتنی تنش برشی (τ) برحسب نرخ تغییر شکل $\left(\frac{du}{dy}\right)$ یا خط راستی است که از مبدأ نمی‌گذرد و یا غیرخطی است. خواص سیالات غیرنیوتنی عبارتند از:

سیال Dilatant: با افزایش تنش برشی ویسکوزیته سیال Dilatant افزایش می‌یابد.

سیال Pseudo Plastic (شبه پلاستیک): با افزایش تنش برشی ویسکوزیته سیال شبه پلاستیک کاهش می‌یابد.

سیال Bingham Plastic: این دسته از سیالات یک تنش تسلیم (yield stress) دارند. به عبارت دیگر اگر تنش وارده بر این دسته از سیالات از تنش تسلیم آن‌ها کمتر باشد سیال شروع به حرکت نمی‌کند ولی اگر تنش برشی وارد بر سیال از تنش تسلیم بیشتر باشد سیال شروع به حرکت کرده و تنش برشی (τ) برحسب نرخ تغییر شکل $\left(\frac{du}{dy}\right)$ به‌طور خطی تغییر می‌کند.

نتیجه: رفتار رئولوژیکی سیالات فوق را می‌توان با رابطه ریاضی به شکل زیر بیان کرد:

$$\tau=\mu\left(\frac{du}{dy}\right)^n$$

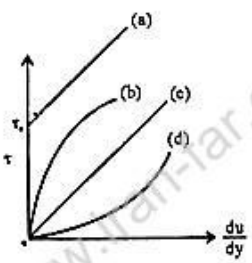
$n=1$ در سیالات نیوتنی

$n>1$ در سیالات Dilatant

$n<1$ در سیالات شبه پلاستیک Pseudo Plastic

در مورد سیالات بینگهام پلاستیک می‌توان گفت (τ_p تنش تسلیم) :

$$\tau=\tau_p+\mu\left(\frac{du}{dy}\right)$$



a : Bingham plastic
b : Pseudo plastic
c : Newtonian fluid
d : Dilatant floid

سیال ایده‌آل: سیال تراکم‌ناپذیری است که ویسکوزیته آن صفر می‌باشد بنابراین در سیالات ایده‌آل هیچ موقع اصطکاک نداریم و هیچ‌گاه تنش برش ایجاد نمی‌شود.

www.20file.org

مدول الاستیسیته (مدول بالک)

در درس ترمودینامیک ضریب تراکم‌پذیری هم‌دما با رابطه $k = \frac{-1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ تعریف شده است.

مدول بالک در حقیقت عکس ضریب تراکم‌پذیری هم دماست و بنابراین دارای واحد فشار می‌باشد.

مدول بالک $K = -\frac{dP}{\left(\frac{dV}{V}\right)}$

مدول بالک بیان می‌کند به ازای تغییرات فشار (dP)، واحد حجم سیال به چه میزان تغییر حجم داده است. هرچه مدول بالک بیشتر باشد سیال تراکم‌ناپذیرتر است چرا که بزرگ بودن مدول بالک بدین معنا است که در اثر اعمال تغییر فشار بزرگ تغییر حجم بسیار کوچکی روی داده است. مدول بالک تابع فشار بوده و با افزایش فشار، زیاد می‌شود.

می‌توان نشان داد که مدول بالک گازهای ایده‌آل از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$K = \rho R T$$

لازم به‌ذکر است که مدول بالک توسط رابطه زیر نیز قابل بیان است:

$$K = \frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho}}$$

کشش سطحی (Surface Tension)

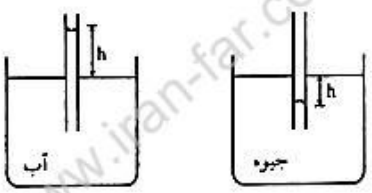
باتوجه به شکل، ملکولی که در داخل مایع قرار دارد از طرف سایر مولکول‌ها تحت اثر نیرو قرار می‌گیرد که این نیروها در تمام جهات یکسان بوده و برآیند نیروها برابر صفر است. ولی برآیند نیروهای وارد بر مولکولی که در سطح قرار دارد رو به بالا می‌باشد. نیرویی که به مولکول‌های سطحی رو به بالا وارد می‌شود را نیروهای کشش سطحی می‌گویند . واحد کشش سطحی $\frac{N}{m}$ می‌باشد. با افزایش دما نیروهای بین مولکول کاهش یافته و لذا کشش سطحی کاهش می‌یابد.

برای یک قطره داریم: $\Delta P = \frac{2\sigma}{r}$

برای یک حباب: $\Delta P = \frac{4\sigma}{r}$

همچنین در مورد یک جت استوانه‌ای داریم: $\Delta P = \frac{\sigma}{r}$

صعود و نزول سیال در لوله موئین



www.20file.org

اگر سیستم نمایش یافته در شکل را در نظر بگیریم دو نیروی مختلف وجود دارند که عبارتند از نیروهای چسبندگی بین مایع و شیشه، و نیروهای کشش سطحی (یا نیروهای پیوستگی بین مولکول‌های خود مایع). اگر نیروی‌های چسبندگی بیشتر از کشش سطحی باشند سیال در لوله موئین صعود می‌کند به‌عنوان مثال آب در لوله موئین صعود می‌کند. بالعکس اگر نیروهای کشش سطحی بیشتر از نیروهای چسبندگی باشد سیال در لوله موئین نزول می‌کند به‌عنوان مثال جیوه در لوله موئین نزول می‌کند.

$$h = \frac{2\,\sigma \cos\theta}{\gamma \cdot r}$$

در رابطه فوق: σ: کشش سطحی ، γ: وزن مخصوص سیال برابر ρg و θ: زاویه تماس سیال با سطح می باشد.

www.20file.org

فصل دوم

استاتیک سیالات

در استاتیک سیالات، سیال ساکن را بررسی می‌کنیم. در سیال ساکن و نیز در سیالی که مانند جسم صلب حرکت می‌کند لایه‌های مجاور سیال نسبت به هم حرکت نمی‌کنند و لذا تنش برشی صفر است. بنابراین فقط تنش‌های فشاری (نیروهای عمودی) مطرح می‌گردند.
در یک سیال ساکن تغییرات فشار با روابط زیر داده می‌شود:

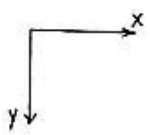
$$\frac{dP}{dy}=-\rho\frac{g}{g_c} \qquad ; \qquad \frac{dP}{dx}=0$$

رابطه بالا بدین معنی است که در سیال ساکن در یک عمق معین فشار مقدار ثابتی است به عبارت دیگر تغییر فشار در راستای افق در یک عمق معین نداریم و فشار صرفاً با تغییر عمق تغییر می‌کند بنابراین :

$$\frac{dP}{dx}=0 \qquad \frac{dP}{dy}=-\rho\, g/g_c$$

توجه می‌شود که علامت منفی بستگی به جهت انتخابی محور yها دارد که اگر جهت مثبت محور y ها در خلاف جهت با نیروی جاذبه باشد قرار دادن علامت منفی الزامی است و در صورتی که جهت مثبت محور y ها در جهت جاذبه زمین باشد نیازی به علامت منفی نیست :

$$\frac{dP}{dx}=0 \qquad \frac{dP}{dy}=\rho\, g/g_c$$



طبق رابطه $dp=-\rho g dy$ برای محاسبه تغییرات فشار با تغییر ارتفاع باید از این رابطه انتگرال گیری کرد. اگر سیال مورد نظر تراکم ناپذیر باشد $(\rho = cte)$ می‌توان نوشت:

$$\int_{p_o}^{p} dp=-\int \rho g dy=-\rho g \int_0^y dy \;\rightarrow\; P=P_o-\rho g y$$

www.20file.org

این رابطه نشان می‌دهد که فشار در یک سیال تراکم‌ناپذیر با ارتفاع به‌طور خطی تغییر می‌کند.

اما اگر ρ با ارتفاع تغییر کند دو حالت را می‌توان در نظر گرفت حالت اول حالتی است که سیال هم دما است . به عبارت دیگر اگر سیال را گاز ایده‌آل هم دما در نظر بگیریم داریم :

در گاز ایده‌آل : $\rho = \frac{RM}{RT}$

$$dP = -\frac{PM}{RT} g\, dy$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{M}{RT} g\, dy$$

$$\int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} = \int_{y_0}^{y} \frac{-Mg}{RT} dy$$

و با انتگرال گیری داریم :

$$\ln \frac{P}{P_o} = \frac{-Mg}{RT}\left(y - y_0\right)$$

$$P = P_0\, e^{-\frac{Mgy}{RT}}$$

و اگر $y_0 = 0$ در نظر گرفته شود :

یعنی در یک سیال تراکم‌پذیر با افزایش y ، فشار بصورت اکسپونانسیالی کاهش می‌یابد.

اصل پاسکال :

اصل پاسکال بیان می‌کند که در یک سیال ساکن در یک نقطه فشار در تمامی جهات یکسان است. به عبارت دیگر در یک سیال ساکن در یک نقطه $P_x = P_y = P_z$. اگر سیال ساکن نباشد اصل پاسکال برقرار نیست و فشار در هر نقطه برابر است با $\frac{P_x + P_y + P_z}{3}$.

واحدهای فشار :

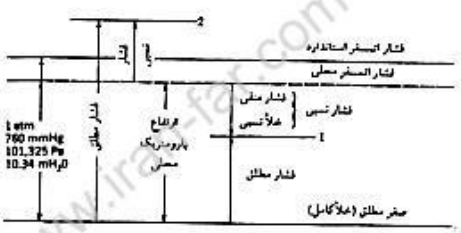
برای بیان فشار در سیستم‌های مختلف می‌توان واحدهای مختلفی را در نظر گرفت واحدهایی که باید به خاطر داشته باشیم عبارتند از :

$$1\,atm = 14.7\,psi = 1.013\times10^{5}\,pa = 10.33\,mH_2O = 760\,mm\,Hg = 29.92\,in\,Hg = 33.91\,ft\,H_2O$$

فشار نسبی و فشار مطلق :

اگر فشار نسبت به فشار اتمسفر سنجیده شود فشار نسبی است. در این حالت فشار منفی بدین معنی است که فشار در نقطه مورد نظر از فشار اتمسفر کمتر است.

اگر فشار نسبت به خلاء مطلق سنجیده شود فشار مطلق می‌نامیم در شکل زیر مفاهیم فشار نسبی و فشار مطلق مطرح گردیده است.



www.20file.org

وسایل اندازه‌گیری فشار :

بارومتر : وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری فشار محلی بکار می‌رود همانطور که از شکل معین است داریم :

بارومتر جیوه‌ای

$$P_{atm} = P_v + \rho g h$$

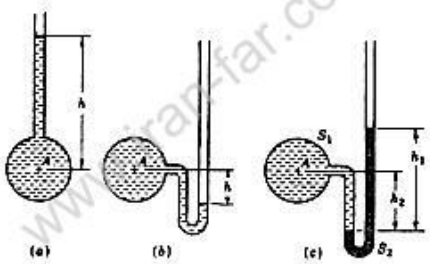
h ارتفاع مایع داخل ستون است و P_v فشار بخاری است که در انتهای ستون وارد می‌گردد.

توجه می‌شود اگر ستون مایع دارای زاویه باشد باید ارتفاع عمودی سیال را بدست آورد که برای این منظور طول ستون سیال باید در cos زاویه‌ای که با افق ساخته می‌شود ضرب گردد.

$$P_{atm} = P_x + \rho g(h\cos\theta)$$

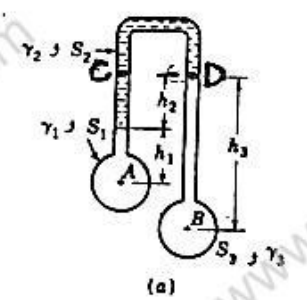
اگر در مسائل P_v داده نشد می‌توان از آن صرف نظر کرد.

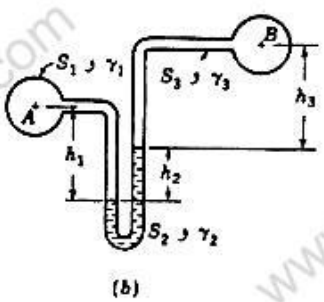
مانومتر : وسیله‌ای است که با بهره‌گیری از ستون مایع اختلاف فشار را اندازه‌گیری می‌کنند . ساده‌ترین نوع مانومترها پیزومترها هستند که برای اندازه‌گیری فشارهای مثبت در مایعات بکار می‌روند. روشن است که پیزومتر برای اندازه‌گیری فشارهای نسبی منفی به کار نمی‌آید، زیرا در آن صورت هوا از طریق لوله به مخزن جریان خواهد یافت. برای اندازه‌گیری فشارهای خیلی زیاد مثبت نیز نمی‌توان از پیزومتر استفاده کرد. زیرا ارتفاع قسمت شیشه‌ای خیلی زیاد خواهد بود. برای اندازه‌گیری فشارهای کم منفی می‌توان لوله شیشه‌ای را به شکل خمیده در آورد که در شکل نشان داده شده است.



برای اندازه‌گیری فشارهای بزرگتر مطابق شکل c از مایع دیگری با چگالی بیشتر استفاده می‌کنیم. این مایع، مایع مانومتری نامیده می‌شود که می‌بایست با سیال داخل مخزن نامحلول باشد.

نحوه کار با مانومترها را در دو مثال زیر نشان می‌دهیم :





www.20file.org

مانومتر دیفرانسیل

در شکل (a) فرض کنیم فشار نقطه A معلوم است و فشار نقطه B از ما پرسیده شده است. از نقطه A شروع می‌کنیم تا به نقطه B برسیم P_A را می‌نویسیم هر گاه از نقطه مورد نظر بالا می‌رویم باید فشار ستون مایع را از P_A کم کنیم و هرگاه به سمت پایین می‌رویم باید فشار ستون مایع را به P_A اضافه کنیم ، در این مثال چون از ابتدا از نقطه A به سمت بالا می‌رویم باید فشار ستون سیال شماره ۱ که برابر $\rho_1 g h_1$ است را از P_A کم کنیم سپس به اندازه ارتفاع h_2 در ستون سیال شماره ۲ بالا می‌رویم بنابراین باید $\rho_2 g h_2$ را نیز از P_A کم کنیم تا به نقطه C برسیم. چون دو نقطه C و D در داخل یک سیال و در یک ارتفاع قرار دارند . فشار این دو نقطه برابر است و از نقطه C می‌توانیم به نقطه D برویم. از نقطه D در ستون سیال شماره ۳ به اندازه h_3 پایین می‌رویم تا به نقطه B برسیم بنابراین باید $\rho_3 g h_3$ را به P_A اضافه کنیم و داریم :

$$P_A - \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 = P_B$$

اگر همین روش را در مورد شکل (b) بکار ببریم داریم :

$$P_A + \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2 - \rho_3 g h_3 = P_B$$

نیروی وارد بر سطوح در سیال ساکن :

مسائل نیروی وارد بر سطوح را می‌توان به چهار دسته :

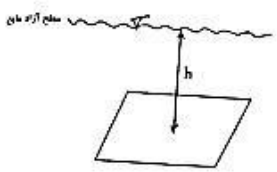
صفحات افقی ، صفحات مایل ، صفحات عمودی و سطوح انحنادار تقسیم‌بندی کرد که هر یک از موارد را بررسی می‌کنیم :

صفحات افقی :

فشار وارد بر صفحات افقی از طرف سیال برابر $\rho g h$ است که h عبارت است از فاصله صفحه تا سطح آزاد سیال و ρ دانسیته سیال است.

بدیهی است که نیروی وارد بر صفحات افقی برابر است با $F = \rho g h A$.

محل اثر نیروی بر آیند همان مرکز سطح می‌باشد.



صفحات مایل :

نیروی وارد بر سطوح مایل برابر است با فشار در مرکز سطح صفحه ضربدر مساحت صفحه . بنابراین نیروی وارد بر سطوح مایل برابر است با :

$$F = P_C A \quad \rightarrow \quad F = \rho g h_c A$$

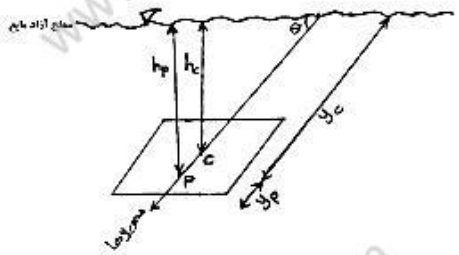
که در آن h_c فاصله مرکز سطح صفحه از سطح آزاد سیال می‌باشد.

همان‌طور که از شکل معین است محل اثر نیرو یعنی نقطه P به اندازه y_p روی محور yها از مرکز سطح یعنی نقطه C پایین‌تر است.

فاصله قائم محل اثر نیرو تا سطح آزاد مایع برابر h_p است.

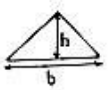
www.20file.org

$$y_P = \frac{I_{xx}\,\mathrm{Sin}\theta}{h_c . A}$$



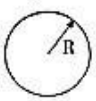
به عبارت دیگر محل اثر نیرو عبارت است از $y_P + y_c$ که y_c همان y برای مرکز سطح است و y_P نیز از فرمول فوق محاسبه می‌گردد.

در فرمول بالا θ زاویه‌ای است که راستای صفحه یعنی همان محور yها با افق می‌سازد. h_c فاصله عمودی مرکز سطح تا سطح آزاد مایع است و A مساحت می‌باشد. I_{xx} را در موارد زیر باید به خاطر بسپاریم :



$$I_{xx} = \frac{bh^3}{36}$$ برای مثلث

$$I_{xx} = \frac{bh^3}{12}$$ برای مستطیل



$$I_{xx} = \frac{\pi R^4}{4}$$ برای دایره

روش منشور فشار :

اگر روی یک صفحه مایل منشوری بسازیم بطوریکه ارتفاع منشور در هر نقطه برابر ارتفاع سیال از سطح آزاد مایع در آن نقطه باشد در این صورت می‌توان گفت نیروی وارد بر صفحه برابر است با وزن سیال هم حجم منشور. در این روش محل اثر نیروی برآیند برابر است با مرکز حجم منشور. (منظور این است که می‌توان برای تعیین محل اثر نیرو در این روش تصویر مرکز حجم منشور بر روی صفحه را به‌دست آورد).

$$F = V.\rho.g = V.\gamma$$

صفحه قائم:

حالت سوم نیروی وارد بر صفحات قائم است. این حالت دقیقاً مانند حالت سطوح مایل است و باید از همان روابط استفاده نمود با این تفاوت که θ یعنی زاویه‌ای که راستای سطح با سطح آزاد مایع می‌سازد برابر 90 درجه است.

سطوح انحنادار:

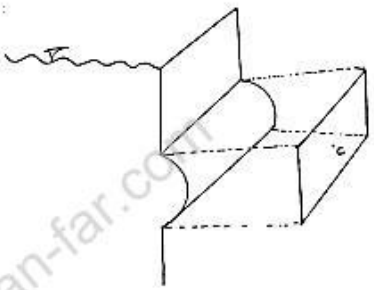
حالت چهارم نیروی وارد بر سطوح انحنا دار است. در مورد سطوح انحنادار باید نیروی وارد بر سطح را در دو راستای افقی و عمودی بدست آورده و سپس برآیند دو نیروی افقی و عمودی را محاسبه کرد.

www.20file.org

مولفه افقی نیروی وارد بر سطوح انحنادار:

برای بدست آوردن نیروی افقی وارد بر یک سطح ابتدا تصویر سطح انحنادار را در راستای عمودی بدست می‌آوریم. حال با یک سطح عمودی سروکار داریم که نیروی وارد بر این سطح تصویر شده برابر نیروی افقی وارد بر سطح انحنادار است.

$$F_H = \rho g h_c A = \gamma h_c A$$ نیروی افقی



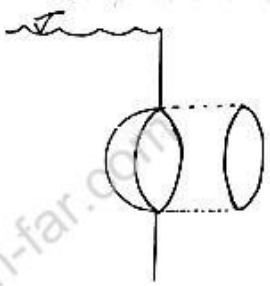
ρ : جرم مخصوص سیال است.

h_c : فاصله سطح آزاد مایع تا مرکز سطح تصویر شده در راستای عمود است.

A: مساحت سطح تصویر شده است.

همان‌طور که در شکل نشان داده شده تصویر نیم استوانه در راستای عمودی یک مستطیل است. در شکل مرکز سطح تصویر شده با C نمایش داده شده است، یک ضلع مستطیل تصویر شده برابر طول استوانه و ضلع دیگر مستطیل برابر قطر استوانه می‌باشد. حال برای بدست آوردن نیروی افقی وارد بر نیم‌استوانه می‌توان نیروی وارد بر مستطیل را از رابطه $\rho g h_c A$ بدست آورد. که در آن A مساحت مستطیل تصویر شده است و h_c فاصله عمودی مرکز مستطیل تصویر شده تا سطح آزاد مایع است.

حال فرض کنید بجای یک نیم استوانه یک نیم کره مطابق شکل داشته باشیم. تصویر نیمکره بر راستای عمودی یک دایره خواهد بود.



حال برای بدست آوردن مؤلفه افقی نیروی وارد بر نیمکره می‌توان نیروی وارد بر دایره را بدست آورد که برابر با $\rho g h_c A$ است که در آن A مساحت دایره تصویر شده و h_c فاصله عمودی مرکز نیم دایره تا سطح آزاد مایع است.

مولفه عمودی نیروی وارد بر سطوح انحنادار:

برای بدست آوردن مؤلفه عمودی نیروی وارد بر سطوح انحنادار باید وزن سیال بالای سطح انحنادار را بدست آورد.

همانطور که در شکل نشان داده شده وزن سیال بالای سطح منحنی برابر γV می‌باشد. γ وزن مخصوص سیال است $(\gamma = \rho g)$ و V حجم سیال بالای سطح انحنادار تا سطح آزاد مایع می‌باشد.

لازم به ذکر است که در برخی از مسائل برای بدست آوردن نیروی عمودی وارد بر صفحات انحنادار می‌توان حجم فرضی سیال بالای سطح را در نظر گرفت. بطوریکه سطح آزاد سیال را امتداد می‌دهیم و سپس حجم فرضی بالای صفحه انحنادار را بدست می‌آوریم.

در این حالت نیروی عمودی وارد بر سطح برابر γV می‌باشد. که V حجم فرضی سیال بالای سطح منحنی است.

www.20file.org

اجسام شناور و غوطه‌ور در سیال :

وقتی یک جسم با وزن مخصوص γ' در داخل سیال با وزن مخصوص γ قرار می‌گیرد حالتهای زیر به وقوع می‌پیوندند:

الف : $\gamma' > \gamma$: جسم در داخل سیال فرو رفته و به حالت غوطه‌ور در می‌آید.

دراین حالت از طرف سیال نیروئی در راستای قائم رو به بالا بر جسم وارد می‌شود که مقدار آن برابر وزن سیال جابجا شده می‌باشد:

$$F_B = \gamma V$$

که F_B نیروی شناوری (بویانسی) بوده و V حجم جسم می‌باشد.

ب: $\gamma' < \gamma$: جسم روی سیال شناور می‌ماند و تعادل آن موقعی برقرار می‌شود که وزن سیال جابجا شده با وزن حجم برابر باشد :

$$F_B = W = \gamma V'$$

V' حجم سیال جا بجا شده است.

ج : $\gamma' = \gamma$: در این حالت جسم در هر نقطه از سیال قرار داده شود، در همان حالت باقی خواهد ماند این حالت همان حالت خنثی است.

پس در حالت کلی بر هر جسم که درداخل سیال شناور یا غوطه ور باشد یک نیرو در راستای عمودی و به سمت بالا وارد می‌شود که آن را نیروی بویانسی یا شناوری می‌نامیم.

نکته ۱ : امتداد نیروی شناوری از مرکز حجم جسم عبور می‌کند.

نکته ۲ : اگر قسمتی از جسم به حجم V_1 درداخل سیالی با وزن مخصوص γ_1 و قسمتی دیگر به حجم V_2 در داخل سیالی با وزن مخصوص γ_2 غوطه‌ور باشد نیروی بویانسی از رابطه زیر محاسبه می‌شود :

$$F_B = \gamma_1 V_1 + \gamma_2 V_2$$

تعادل اجسام غوطه ور و شناور:

برای اجسام غوطه‌ور و شناور سه حالت تعادل پایدار ، تعادل ناپایدار و تعادل خنثی تعریف می‌گردد.

تعادل پایدار حالتی است که وقتی جسم را کمی منحرف کنیم و سپس جسم را رها کنیم به حالت قبلی خود بازگردد در این حالت مرکز جرم جسم پایین‌تر از مرکز حجم جسم (محل اثر نیروی بویانسی) است.

حالت تعادل ناپایدار زمانی است که اگر جسم را کمی منحرف کنیم به حالت قبلی خود برنگردد و به عبارت دیگر جسم واژگون شود. این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که مرکز حجم جسم (محل اثر نیروی بویانسی) از مرکز جرم جسم پایین‌تر است.

حالت تعادل خنثی زمانی است که جسم را در هر حالتی قرار دهیم در همان حالت باقی بماند یا به عبارت دیگر حالت ثانویه با حالت اولیه تفاوت نکند این حالت وقتی اتفاق می‌افتد که مرکز حجم جسم (محل اثر نیروی بویانسی) بر مرکز جرم جسم منطبق باشد.

هیدرومتر: وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری دانسیته مایعات بکار می‌رود و براساس اصول شناوری عمل می‌نماید.

برای بدست آوردن دانسیته سیال مجهول، ابتدا هیدرومتر را در آب به حالت شناور قرار می‌دهند. سپس آن را در داخل سیالی با دانسیته S شناور می‌کنند. اگر اختلاف ارتفاع هیدرومتر در آب و سیال مجهول را Δh بنامیم و اگر سطح مقطع لوله هیدرومتر را a بنامیم. داریم:

$$W = \gamma_w V_0$$

$$W = \gamma(V_0 - a.\Delta h) = S\gamma_w(V_0 - a.\Delta h)$$

www.20file.org

V_0 حجم قسمتی از هیدرومتر است که داخل آب می‌باشد. از تساوی روابط فوق داریم:

$$\Delta h=\frac{V_0}{a}\left(\frac{S-1}{S}\right)$$

با اندازه‌گیری Δh می‌توان مقدار S را که دانسیته سیال مجهول است بدست آورد.

حرکت صلب‌گونه سیالات:

منظور از حرکت سیالات صلب‌گونه حالاتی است که ظرف حاوی سیال، در حرکت است ولی سیال داخل ظرف دارای هیچ‌گونه حرکتی نمی‌باشد به عبارت دیگر ذرات سیال مانند یک جسم جامد عمل می‌نماید که ذرات آن نسبت به هم بدون حرکت هستند.
حرکت صلب گونه سیالات در دو حالت حرکت با شتاب خطی یکنواخت و حرکت دورانی یکنواخت قابل بررسی است.

حرکت با شتاب خطی یکنواخت :

مطابق شکل ظرف حاوی سیال با شتاب a در حال حرکت است. بردار شتاب دارای دو مولفه a_x ،a_y در راستای محورهای y و x می‌باشد بنابراین داریم :

همان‌طور که در بخش استاتیک سیالات گفته شده تغییرات فشار در راستای x و y از روابط زیر به‌دست می‌آید:

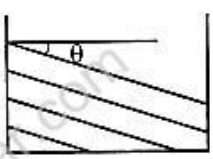
$$\frac{dP}{dx}=-\rho a_x$$

$$\frac{dP}{dy}=-\rho\left(a_y+g\right)$$

از دو رابطه فوق داریم :

$$dp=-\rho a_x\,dx-\rho\left(a_y+g\right)dy$$

لازم به ذکر است اگر a_y با بردار شتاب ثقل (g) هم جهت باشد a_y را از g کم می‌کنیم و اگر a_y در خلاف جهت با g باشد a_y را با علامت مثبت وارد می‌کنیم (به عبارت دیگر a_y را با g جمع می‌کنیم).
از شکل بالا مشخص است که هر نقطه روی خط MN قرار داشته باشد دارای فشار اتمسفر یک می‌باشد. بنابراین خط MN را خط هم فشار معادل فشار صفر می‌نامیم. اگر خط دیگری موازی MN ولی کمی پایین‌تر را مدنظر قرار دهیم. باز هم تمام نقاط روی آن هم فشار خواهد بود. خطوط هم فشار در شکل زیر نشان داده شده‌اند:

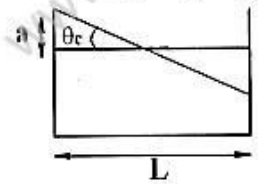


برای محاسبه شیب خطوط هم فشار در رابطه ذکر شده dp را مساوی صفر قرار می‌دهیم و داریم :

$$\frac{dy}{dx}=\mathrm{tg}\theta=-\frac{a_x}{a_y+g}$$

www.20file.org

در برخی موارد در اثر حرکت ظرف مقداری از سیال داخل ظرف بیرون می‌ریزد برای پاسخ به این سوال که آیا سیالی از ظرف بیرون ریخته است یا خیر ابتدا باید یک زاویه بحرانی θ_c تعریف کنیم مطابق شکل :



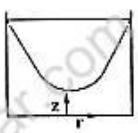
لازم به ذکر است که سطح آزاد مایع همواره از وسط سطح آزاد اولیه مایع (یعنی سطح آزاد مایع قبل از حرکت) می‌گذرد. θ_c با توجه به شکل از رابطه زیر به‌دست می‌آید :

$$\tan\theta_c = \frac{a}{\frac{L}{2}}$$

حال اگر سطح آزاد مایع به بالای ظرف نرسد یعنی $\theta \le \theta_c$ باشد آب از ظرف خارج نمی‌گردد و اگر $\theta > \theta_c$ باشد سیال از ظرف خارج می‌گردد.

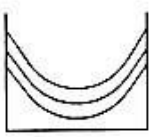
حرکت دورانی :

رابطه حرکت صلب گونه دورانی سیالات را می‌توان از رابطه حرکت شتابدار خطی با جایگزین کردن $a_x = -r\omega^2$ به‌دست آورد اگر فرض کنیم $a_y = 0$، خواهیم داشت (ω سرعت دورانی می‌باشد)



$$dp = \rho r\omega^2\, dr - \rho g dz$$

برای به‌دست آوردن سهمی‌های ایزوبار با قرار دادن $dp = 0$ داریم :

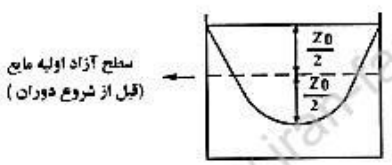


$$\frac{dz}{dr} = \frac{r\omega^2}{g}$$

حجم سهمی بوجود آمده در اثر حرکت شتابدار دورانی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{حجم سهمی} = \frac{1}{2}\pi R^2 Z_o$$

برای محاسبه Z_o داریم:



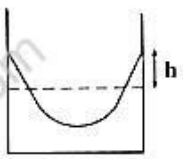
$$Z_0 = \frac{R^2\omega^2}{2g}$$

www.20file.org

که در رابطه فوق R شعاع ظرف می‌باشد. از رابطه $dp=\rho r\omega^2 dr-\rho g dz$ می‌توان انتگرال‌گیری کرد و داریم :

$$P=P_0+\rho\frac{r^2\omega^2}{2}-\rho gy$$

که در این صورت P_0 فشار نقطه مرجع (که نقطه‌ای انتخابی است) می‌باشد. در حالت دورانی نیز ممکن است سیال از ظرف بیرون بریزد برای بررسی این مسئله فرض می‌کنیم مطابق شکل h اختلاف سطح آزاد اولیه (قبل از دوران) با بالای ظرف باشد $Z_0=\frac{R^2\omega^2}{2g}$ را محاسبه می‌کنیم:



اگر $h<\frac{Z_0}{2}$ مایع بیرون می‌ریزد.

اگر $h>\frac{Z_0}{2}$ مایع بیرون نمی‌ریزد.

اگر $h=\frac{Z_0}{2}$ مایع در آستانه ریزش می‌باشد.

www.20file.org

فصل سوم

جریان سیالات

جریان آرام

جریانی است که در آن لایه‌های سیال به آرامی روی هم می‌لغزند و مسیر حرکت ذرات قابل پیش‌بینی می‌باشد. در جریان آرام انتقال مومنتوم مولکولی توسط ذرات سیال صورت می‌گیرد. در جریان آرام رابطه $\tau=\mu\frac{dv}{dy}$ برقرار است. در جریان آرام بازگشت‌ناپذیری و اتلاف انرژی از جریان درهم کمتر است به‌طوری که $h_f \propto Q^1$, $h_f \propto V^1$ که در این روابط h_f اتلاف انرژی، Q دبی حجمی جریان و V سرعت جریان می‌باشد.

جریان درهم

در جریان درهم مسیر حرکت ذرات قابل تشخیص نیستند. در این حالت ذرات سیال به هم چسبیده و تولید eddy یا گردابه می‌کنند. در جریان درهم انتقال مومنتوم توسط گردابه‌ها صورت می‌گیرد. در جریان درهم $\tau=\mu\frac{du}{dy}$ صادق نیست بلکه $\tau=\eta\frac{du}{dy}$ برقرار است که در این رابطه η لزجت گردابه‌ای است. لزجت گردابه‌ای تابعی از خواص سیال (دانسیته) و نوع حرکت سیال می‌باشد. در جریان درهم اتلاف انرژی از جریان آرام خیلی بیشتر است به‌طوری که $h_f \propto Q^n$ و $h_f \propto V^n$ که در این روابط n از 1.75 تا 2 بسته به میزان درهم بودن جریان تغییر می‌کند.

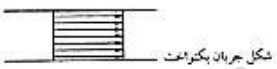
www.20file.org

جریان یکنواخت :

جریانی است که بردار سرعت در هر لحظه داده شده در تمامی نقاط از لحاظ اندازه و جهت یکسان باشد. در جریان یکنواخت داریم:

$$\frac{\partial V}{\partial s}=0$$

در جریان یکنواخت به دلیل این‌که اختلاف سرعت در یک سطح مقطع نداریم تنش برشی نداریم.



شکل جریان یکنواخت

جریان دائم (Steady State)

جریانی است که در آن شرایط در هر نقطه از سیال با گذشت زمان تغییر نکند. بنابراین در جریان دائم (پایدار) بردار سرعت از لحاظ مقدار و راستا با زمان تغییر نخواهد کرد. یعنی $\frac{\partial V}{\partial t}=0 \quad , \quad \frac{\partial P}{\partial t}=0 \quad , \quad \frac{\partial \rho}{\partial t}=0$

توجه: جریان مایع درون یک لوله بلند با دبی ثابت جریان دائم یکنواخت است. جریان با دبی ثابت درون لوله‌ای با سطح مقطع افزایش یابنده در طول لوله، جریان دائم، غیریکنواخت می‌باشد درحالی‌که جریان درون یک لوله با سطح مقطع افزایش یابنده در طول لوله و دبی افزایش یابنده غیردائم و غیریکنواخت است.

خط مسیر (path line) :

مکان هندسی نقاطی است که یک ذره سیال طی می‌کند.

خط رگه (Streak Line):

برای تعیین مسیر حرکت متوالی یک سیال، اغلب ماده رنگی را به درون سیال تزریق می‌کنند خط اثر حاصل از رنگ را خط رگه می‌نامند.

خط جریان (Stream Line):

خط جریان، خط پیوسته‌ای است که درون سیال رسم شده، در هر نقطه دارای جهت بردار سرعت در آن نقطه می‌باشد. یعنی خط جریان خطی است که مماس بر آن در هر لحظه راستای بردار سرعت را می‌دهد. برای تعیین معادله خط جریان از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v}=\frac{dz}{W}$$

که u , v , w به ترتیب مولفه‌های بردار سرعت در راستای x , y و z هستند $\left(\vec{V}=u\vec{i}+v\vec{j}+w\vec{k}\right)$.

توجه: در جریان دائم، جهت بردار سرعت در هر نقطه تغییری نمی‌کند پس شیب خط جریان در هر نقطه ثابت بوده و خط جریان در فضا ثابت می‌ماند. یک ذره همیشه مماس بر خط جریان حرکت می‌کند بنابراین در جریان دائم مسیر یک ذره یک خط جریان است و می‌توان گفت در جریان دائم خط جریان، خط مسیر و خط رگه هر سه بر هم منطبق می‌باشند.

www.20file.org

قانون بقا در یک سیستم (قانون پیوستگی):

اگر جریان یکنواخت و سیستم هم پایدار باشد و جریان را یک بعدی فرض کنیم ، قانون بقا به شکل زیر نوشته می شود:

$$\rho_i V_i A_i = \rho_e V_e A_e$$

اگر سیال تراکم‌ناپذیر باشد می‌توان نوشت :

$$V_i A_i = V_e A_e$$

از آن‌جا که جریان یکنواخت به‌دلیل وجود اصطکاک عملاً امکان‌پذیر نیست بنابراین می‌بایست از مفهوم سرعت متوسط استفاده نمود:

$$\rho_i \bar{V}_i A_i = \rho_e \bar{V}_e A_e$$

که $\bar{V}$ سرعت متوسط می‌باشد.

محاسبه سرعت متوسط

سرعت متوسط در یک جریان غیریکنواخت از رابطه $\bar{V} = \frac{1}{A}\int V dA$ محاسبه می‌شود .

نتیجه: اگر سرعت در جریان آرام سیال در داخل لوله‌ای با شعاع R از رابطه $V = V_{max}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$ پیروی می‌کند سرعت متوسط سیال برابر است با $\frac{1}{2}V_{max}$.

توجه ۱ : در جریان درهم در داخل لوله توزیع سرعت با رابطه $V = V_{max}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)\right]^{\frac{1}{7}}$ داده می شود که در این رابطه r فاصله از مرکز لوله و y فاصله از دیواره لوله می‌باشد. سرعت متوسط در جریان درهم از رابطه $\bar{V} = \frac{49}{60}V_{max} = 0.82\,V_{max}$ بدست می‌آید.

توجه ۲ : به‌طور کلی اگر توزیع سرعت سیال در داخل لوله از رابطه $V = V_{max}\left[1-\frac{r}{R}\right]^m$ بدست آید آن‌گاه می‌توان سرعت متوسط را از رابطه زیر بدست آورد:

$$\bar{V} = \frac{2}{(m+1)(m+2)}V_{max}$$

قانون پیوستگی در حرکت سه بعدی

قانون پیوستگی در حرکت سه بعدی با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\nabla(\rho\bar{V}) = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

به عبارت دیگر داریم:

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho V)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho W)}{\partial z} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

اگر سیال تراکم‌ناپذیر باشد ρ ثابت است بنابراین داریم :

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}+\frac{\partial W}{\partial z} = 0 \rightarrow \nabla\bar{V} = 0$$

اگر جریان تراکم‌پذیر ولی Steady باشد $\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}=0\right)$ خواهیم داشت:

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho V)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho W)}{\partial z} = 0 \rightarrow \nabla(\rho\bar{V}) = 0$$

www.20file.org

تابع جریان

تابع جریان برای جریان‌های دوبعدی در حالت پایدار مطرح می‌گردد. برای تابع جریان در سیالات تراکم‌ناپذیر روابط زیر حاکم است:

$$V_x=\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad , \quad V_y=-\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

زمانی که جریان سیال تراکم‌پذیر باشد از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$\rho V_x=\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad , \quad \rho V_y=-\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

معادله اولر :

معادله اولر عبارت است از:

$$\frac{dP}{\rho}+\frac{VdV}{g_c}+\frac{g}{g_c}dz=0$$

این معادله با سه فرض زیر به‌دست آمده است:

۱) سیال ایده‌آل است بنابراین از اتلاف صرف‌نظر شده است.

۲) جریان دائمی می‌باشد. (تغییرات با زمان نداریم).

۳) معادله اولر برای یک خط جریان نوشته شده است به عبارت دیگر معادله اولر در طول یک خط جریان برقرار است.

در معادله اولر ترم $\frac{dP}{\rho}$ بیانگر انرژی فشاری، ترم $\frac{VdV}{g_c}$ بیانگر انرژی جنبشی و ترم $\frac{g}{g_c}dz$ بیانگر انرژی پتانسیل می‌باشد.

بنابراین معادله اولر بیان می‌دارد که مجموع انرژی جنبشی، فشاری و پتانسیل در طول یک خط جریان مقدار ثابتی است.

معادله برنولی:

معادله برنولی با اضافه کردن فرض چهارم به فرض‌های معادله اولر و سپس انتگرال‌گیری از معادله اولر نتیجه می‌شود. اگر فرض کنیم که سیال تراکم‌ناپذیر است (یا به عبارت دیگر دانسیته سیال ثابت است) و از معادله اولر انتگرال بگیریم معادله برنولی به‌دست می‌آید:

$$\frac{P}{\rho}+\frac{V^2}{2g_c}+\frac{g}{g_c}z=cte$$

بیان معادله برنولی در سیستم SI :

$$\begin{cases}\frac{P}{\rho}+\frac{V^2}{2}+gz=cte & \text{انرژی بر واحد جرم سیال}\\ \frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+z=cte & \text{ارتفاع}\end{cases}$$

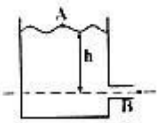
بیان معادله برنولی در سیستم انگلیسی :

$$\begin{cases}\frac{P}{\rho}+\frac{V^2}{2g_c}+\frac{g}{g_c}z=cte & \text{انرژی بر واحد جرم سیال}\\ \frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+z=cte & \text{ارتفاع}\end{cases}$$

www.20file.org

چند مثال از کاربردهای معادله برنولی :

اریفیس : اریفیس یکی از وسایل اندازه‌گیری دبی سیال می‌باشد.

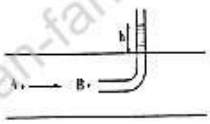


$$V_B = \sqrt{2gh}$$

این رابطه چه در سیستم SI و چه در سیستم انگلیسی برقرار است.

لوله پیتوت :

یکی از وسایل اندازه‌گیری سرعت سیال است. مطابق شکل داریم :



$$V_A = \sqrt{2gh}$$

این رابطه چه در سیستم SI و چه در سیستم انگلیسی برقرار است.

ضریب تصحیح انرژی جنبشی :

در بدست آوردن معادله برنولی فرض شد که جریان یکنواخت است. می‌دانیم به‌دلیل وجود اصطکاک، جریان یکنواخت در حالت واقعی رخ نمی‌دهد بنابراین باید این فرض را اصلاح کرد. برای این کار ترم انرژی جنبشی را در ضریب تصحیح انرژی جنبشی که آن‌را با α نمایش می‌دهیم ضرب می‌کنیم و به‌جای سرعت از سرعت متوسط استفاده می‌کنیم. ضریب تصحیح انرژی جنبشی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\alpha = \frac{1}{A}\int\left(\frac{V}{\bar{V}}\right)^3 dA$$

لازم به ذکر است که در جریان آرام داخل لوله $\alpha=2$ و در جریان درهم $\alpha=1.05$ می‌باشد.

قانون بقای مومنتوم :

اگر فرض شود که ۱ ـ جریان دائمی (Steady) ، ۲ ـ جریان یکنواخت (سرعت در سطح مقطع ثابت است) و ۳ ـ دبی جریان $(\dot{m})$ ثابت باشد، آن‌گاه می‌توان قانون بقای مومنتوم را برای یک جریان یک بعدی به شکل زیر بیان کرد :

$$\Sigma F_x = \frac{\dot{m}}{g_c}\left(V_{2x} - V_{1x}\right)$$

بدیهی است که در سیستم SI لازم به نوشتن g_c نیست. در حل مسائل می‌توانیم از رابطه کلی زیر استفاده کنیم.

$$P_1A - P_2A + F_W - F_g = \frac{\dot{m}}{g_c}\left(V_{2x} - V_{1x}\right)$$

که در آن P_1 فشار در سطح مقطع ورودی به لوله، P_2 فشار در سطح مقطع خروجی از لوله، F_g نیروی وزن در راستای موردنظر (راستای x) و F_W نیرویی است که بدنه (دیواره لوله) به سیال وارد می‌کند و V_{2x} مولفه سرعت در خروجی و V_{1x} مولفه سرعت ورودی در راستای موردنظر است.

تذکر : نیروی F_W به دست آمده از رابطه فوق نیرویی است که بدنه به سیال وارد می‌کند و برای به‌دست آوردن نیروی وارده از طرف سیال به بدنه، علامت نیروی به دست آمده از F_W را تغییر می‌دهیم.

www.20file.org

ضریب تصحیح اندازه حرکت :

در به دست آوردن قانون بقای مومنتوم فرض کردیم که سرعت یکنواخت است از آن جا که جریان یکنواخت در حالت واقعی رخ نمی‌دهد برای تصحیح رابطه از ضریب تصحیح اندازه حرکت استفاده می‌کنیم.

$$\Sigma F_x = \frac{\dot{m}}{g_c}\left(\beta_2 V_{2x} - \beta_1 V_{1x}\right)$$

ضریب تصحیح اندازه حرکت از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\beta = \frac{1}{A}\int\left(\frac{V}{\bar{V}}\right)^2 dA$$

توجه ۱ : β در جریان آرام درون لوله برابر $\frac{4}{3}$ و در جریان درهم بین 1.03 تا 1.06 است (بسته به این‌که جریان درهم و یا خیلی درهم باشد).

www.20file.org

فصل چهارم

محاسبه تلفات انرژی در جریان سیالات

افت فشار و اتلاف انرژی:

تاکنون در نوشتن رابطه برنولی تلفات انرژی را در نظر نمی‌گرفتیم. برای در نظر گرفتن اتلاف انرژی می‌بایست ترم h_f که بیانگر تلفات انرژی می‌باشد را به رابطه برنولی اضافه کنیم. دو نقطه 1 و 2 را در یک لوله افقی مطابق شکل در نظر گرفته و معادله برنولی را می‌نویسیم:

1 • • 2

$$\frac{P_1}{\rho}+\frac{V_1^2}{2}+Z_1 g=\frac{P_2}{\rho}+\frac{V_2^2}{2}+Z_2 g+h_f$$

از آن‌جا که لوله افقی است $Z_1=Z_2$ می‌باشد. همچنین به‌خاطر این‌که سطح مقطع لوله تغییر نکرده است، $V_1=V_2$ می‌باشد بنابراین از معادله برنولی داریم:

$$\frac{P_1}{\rho}=\frac{P_2}{\rho}+h_f \quad \Rightarrow \quad h_f=-\frac{\Delta P}{\rho}$$

رابطه به‌دست آمده هم در جریان درهم و هم در جریان آرام صادق است. بدیهی است اگر h_f با واحد انرژی بر واحد جرم سیال بیان شود از رابطه $h_f=-\frac{\Delta P}{\rho}$ به‌دست می‌آید و اگر h_f با واحد ارتفاع سیال بیان گردد از رابطه $h_f=-\frac{\Delta P}{\rho g}$ محاسبه می‌گردد. یادآور می‌شود که این رابطه در حالتی صادق است که $V_1=V_2$ می‌باشد.

لایه مرزی

لایه مرزی ناحیه‌ای است در مجاورت یک جسم که سرعت سیال در آن تحت تاثیر لزجت سیال و اصطکاک با جدار، کاهش یافته است به عبارت دیگر هنگامی که سیالی در مجاورت یک جسم جامد در حال حرکت باشد، قشری از سیال به جدار این مرز می‌چسبد که این لایه را لایه مرزی گویند. به علت این‌که لایه مرزی به مرز می‌چسبد لذا سرعت سیال در قسمت‌های زیرین آن برابر صفر است. در خصوص سرعت و توزیع آن باید گفت که سرعت سیال در لایه‌های زیر لایه مرزی صفر است ولی در امتداد عمود بر ضخامت لایه مقدار آن به سرعت

www.20file.org

افزایش می‌یابد به طوری که قشرهای انتهایی لایه در جریان متلاطم، سرعت سیال تقریباً برابر سرعت آن در خارج از این لایه است و حرکت سیال را می‌توان همانند حرکت سیال ایده‌ال در نظر گرفت.

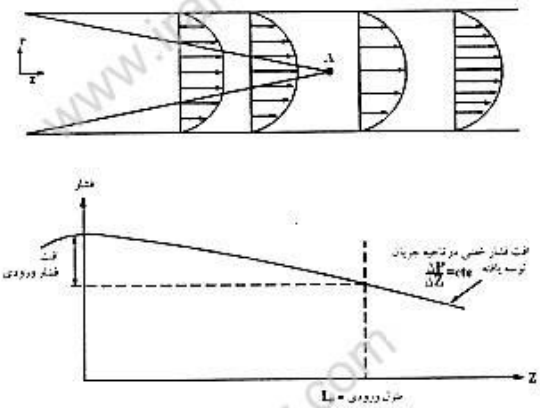
برای جریان آرام روی یک صفحه ضخامت لایه مرزی در فاصله x از ابتدای صفحه از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{\delta}{x}=\frac{5}{\sqrt{Re}} \quad \rightarrow \quad \frac{\delta_1}{\delta_2}=\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{0.5}$$

در حالی‌که در جریان درهم از روی صفحه ضخامت لایه مرزی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{\delta}{x}=\frac{0.37}{\sqrt[5]{Re}} \quad \rightarrow \quad \frac{\delta_1}{\delta_2}=\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{0.8}$$

حال اگر جریان داخل یک لوله را در نظر بگیریم، لایه‌های مرزی در فاصله کوتاهی از روی مجرا به هم رسیده (نقطه A) و ناحیه بدون لزجت را از بین می‌برد.



از ابتدای ورودی لوله تا نقطه A، سرعت سیال تابعی از r , z می‌باشد. به این ناحیه، ناحیه ورودی لوله (Entrance zone) می‌گویند. بعد از نقطه A سرعت سیال با تغییر z تغییری نمی‌کند و سرعت فقط در این ناحیه فقط تابع شعاع می‌باشد. به ناحیه بعد از نقطه A ناحیه توسعه یافته یا (Fully developed) می‌گویند.

توجه: در ناحیه توسعه یافته فشار با تغییر z به صورت خطی تغییر می‌کند $\left(\frac{\Delta P}{\Delta z}=cte\right)$

محاسبه تنش در جریان سیال:

میزان تنش از رابطه روبه‌رو قابل محاسبه است:

$$\tau=-\frac{\Delta P}{L}.\frac{r}{2}$$

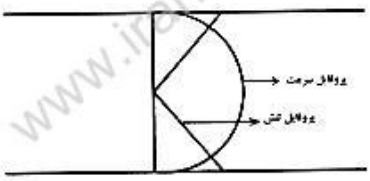
r شعاع هر نقطه و L طول می‌باشد. این رابطه چه در جریان درهم و چه در جریان آرام صادق است. همچنین اگر جریان را توسعه یافته فرض کنیم ($-\frac{\Delta P}{L}=cte$) از این رابطه نتیجه می‌گیریم که تنش با شعاع به شکل خطی تغییر می‌کند.

اگر در این رابطه $r=0$ در نظر گرفته شود به این نتیجه می‌رسیم که تنش در مرکز لوله برابر صفر است و اگر $r=R$ فرض گردد میزان تنش روی دیواره لوله یعنی τ_w به‌دست می‌آید که بیشترین میزان تنش می‌باشد. با رسم پروفایل تنش از رابطه فوق داریم:

$$r=R \rightarrow \quad \tau_{max}=\tau_w=\frac{-\Delta P}{L}.\frac{D}{4} \rightarrow \quad V=0$$

$$r=0 \rightarrow \quad \tau_{min}=0 \rightarrow \quad V=V_{max}$$

www.20file.org



نمایش پروفایل تنش و سرعت در جریان سیال در یک لوله

پروفایل سرعت در جریان آرام و درهم سیال نیوتونی در داخل لوله

همان‌طور که در قسمت‌های قبلی گفته شد توزیع تنش در یک لوله با رابطه زیر به‌دست آمد:

$$\tau = -\frac{\Delta P}{L}\cdot\frac{r}{2}$$

اگر جریانی از سیال نیوتونی را در یک لوله در نظر بگیریم می‌توان نوشت:

$$\tau = -\frac{\mu}{g_c}\frac{du}{dr}$$

از برابری دو رابطه ، انتگرال گیری و ساده سازی آن خواهیم داشت:

$$u = \frac{-g_c R^2 \Delta P}{4\mu L}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

ماکزیمم سرعت با جایگذاری $r = 0$ در رابطه فوق به‌دست می‌آید:

$$u_{max} = \frac{-g_c R^2 \Delta P}{4\mu L}$$

بنابراین پروفایل سرعت در جریان آرام یک سیال نیوتونی داخل لوله با رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$u = u_{max}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

برای جریان درهم سیال نیوتونی داخل لوله پروفایل سرعت به صورت زیر می‌باشد:

$$u = u_{max}\left[1-\frac{r}{R}\right]^{\frac{1}{7}}$$

توجه: شکل پروفایل سرعت در جریان آرام و درهم سیال نیوتونی در داخل لوله به شکل زیر می‌باشد:

محاسبه افت انرژی در جریان آرام:

برای جریان آرام رابطه زیر را به‌دست آوردیم:

$$u_{max} = \frac{-g_c R^2 \Delta P}{4\mu L} = \frac{g_c D^2 \Delta P}{16\mu L}$$

از طرفی می‌دانیم $u_{max} = 2\bar{u}$ و با جایگزینی در رابطه بالا می‌توان افت فشار را در جریان آرام داخل لوله به‌دست آورد:

$$-\Delta P = \frac{32\mu \bar{U} L}{g_c D^2} = \frac{128\mu Q L}{g_c \pi D^4}$$

این رابطه بنام رابطه هاگن ـ پویسله معروف است.

www.20file.org

بدیهی است که در سیستم SI نیازی به نوشتن g_c نیست. از رابطه فوق نتیجه می‌شود که:

در جریان آرام: $\left(\frac{\Delta P}{L}\right) \propto \frac{Q}{D^4}$ $\xrightarrow{\text{اگر قطر لوله ثابت باشد}}$ $\begin{cases} \Delta P \propto Q^1 \\ \Delta P \propto V^1 \end{cases}$

اما اگر دبی ثابت باشد داریم:

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right) \propto \frac{1}{D^4} \rightarrow \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4$$

ضریب اصطکاک :

نسبت نیروهای برشی به نیروهای اینرسی را ضریب اصطکاک می‌گوییم. بنابراین ضریب اصطکاک از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{\rho V^2}{2g_c}}$$

برای محاسبه h_f می‌توان از رابطه روبرو به‌دست آورد: $h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g_c}$

بنابراین با محاسبه ضریب اصطکاک f می‌توان از این رابطه h_f را به‌دست آورد.

رابطه دارسی ـ وایسباخ در دو سیستم SI و انگلیسی عبارت است از:

سیستم SI :

$$\begin{cases} h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2} \text{ ، واحد } \frac{J}{kg} \\ h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \text{ ، واحد m و (ارتفاع سیال)} \end{cases}$$

سیستم FPS:

$$\begin{cases} h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g_c} \text{ ، واحد } \frac{ft.lb_f}{lb_m} \\ h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \text{ ، واحد ft (ارتفاع سیال)} \end{cases}$$

همانطور که از روابط معین است در سیستم انگلیسی h_f با هر دو واحد از لحاظ عددی یک مقدار را به‌دست می‌دهد. نوشتن عدد 32.2 در مخرج در سیستم انگلیسی برای محاسبه h_f بر حسب هر دو واحد لازم است.

لازم به ذکر است که در مکانیک سیالات با دو ضریب اصطکاک فانینگ و دارسی سروکار داریم. روابط ذکر شده با ضریب اصطکاک فانینگ نوشته شده است.

بین دو ضریب اصطکاک رابطه زیر برقرار است:

$$f_{darcy} = 4f_{fanning}$$

بنابراین اگر رابطه اتلاف انرژی را بر حسب f_{darcy} بنویسیم خواهیم داشت:

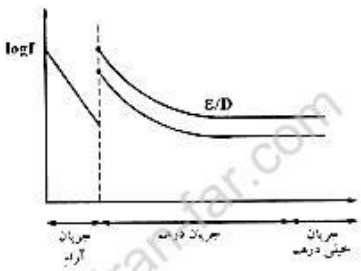
$$h_f = f_{darcy}\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g_c}$$

www.20file.org

رابطه اخیر به نام رابطه دارسی ـ وایسباخ معروف است.

دیاگرام مودی:

در دیاگرام مودی log f بر حسب log Re رسم می‌شود. ضریب اصطکاک در این دیاگرام، ضریب اصطکاک دارسی می‌باشد. در شکل زیر دیاگرام مودی به شکل شماتیک رسم شده است.



ضریب اصطکاک در جریان آرام داخل لوله:

ضریب اصطکاک در جریان آرام از روابط زیر قابل محاسبه است:

$$f_{fanning}=\frac{16}{Re} \quad , \quad f_{darcy}=\frac{64}{Re}$$

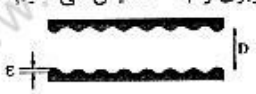
اگر از رابطه فوق لگاریتم بگیریم مطابق دیاگرام مودی در ناحیه آرام رسم log f بر حسب log Re خطی با شیب 1- می‌باشد:

$$f_{darcy}=\frac{64}{Re} \quad \Rightarrow \quad \log f=\log 64-\log Re$$

توجه شود در ناحیه آرام، با افزایش عدد رینولدز ضریب اصطکاک کاهش پیدا می‌کند.

ضریب اصطکاک در جریان درهم داخل لوله:

ضریب اصطکاک در جریان درهم بر خلاف جریان آرام به زبری نسبی بستگی دارد. زبری یک لوله عبارت است از ارتفاع متوسط پستی و بلندی‌ها (یا به عبارت دیگر ناهمواری‌ها) دیواره لوله. زبری را با ε نمایش می‌دهیم. مفهوم ε در شکل زیر نمایش یافته است:



دیواره یک لوله

حاصل تقسیم زبری به قطر لوله یعنی $\frac{\varepsilon}{D}$ را زبری نسبی می‌نامیم. همان‌طور که از ناحیه جریان درهم در دیاگرام مودی معین است هر نمودار برای یک $\frac{\varepsilon}{D}$ معین رسم شده است.

بنابراین ضریب اصطکاک در جریان درهم به عدد Re و زبری نسبی بستگی دارد.

همان‌طور که از شکل معین است در رینولدزهای خیلی بالا (ناحیه جریان درهم) با افزایش عدد Re از یک ناحیه به بعد نمودار به یک خط افقی تبدیل می‌گردد. به عبارت دیگر در جریان خیلی درهم ضریب اصطکاک دیگر تابع عدد Re نمی‌باشد و فقط به $\frac{\varepsilon}{D}$ بستگی دارد.

موارد موردبحث را می‌توان به شکل زیر خلاصه نمود:

$f=f(Re)$ جریان آرام

$f=f\left(Re,\frac{\varepsilon}{D}\right)$ جریان درهم

www.20file.org

$f=f\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$ جریان خیلی درهم

برای محاسبه ضریب اصطکاک در جریان درهم روابط تجربی زیادی ارائه شده است. مثلاً برای لوله صاف (منظور لوله‌ای که $\varepsilon=0$ می‌باشد) در جریان درهم می‌توان ضریب اصطکاک را از رابطه بلازیوس محاسبه کرد:

$$f_{fanning}=\frac{0.0719}{Re^{0.5}}$$

توجه: نکته بسیار مهم که باید به آن توجه شود این است که در ناحیه جریان درهم با افزایش عدد Re ، ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد ولی میزان تلفات افزایش می‌یابد. زیرا همان‌طور که از رابطه دارسی ـ وایسباخ معین است تلفات انرژی (h_f) با توان دوم سرعت متناسب است بنابراین با افزایش عدد Re، f کاهش ، h_f افزایش می‌یابد و از آن‌جا که $h_f=\frac{-\Delta P}{\rho}$ می‌باشد بنابراین با افزایش h_f، افت فشار (ΔP) نیز افزایش می‌یابد.

گفته شد که در جریان آرام $h_f\propto\frac{Q^1}{D^4}$ $\frac{\Delta P}{L}\propto$ می‌باشد. می‌توان نشان داد که در جریان درهم $h_f\propto\frac{Q^{1.75}}{D^{4.75}}$ می‌باشد. بنابراین اگر قطر لوله ثابت باشد $h_f\propto Q^{1.75}$ و در دبی ثابت $h_f\propto\frac{1}{D^{4.75}}$ است. همچنین می‌توان نشان داد که در جریان خیلی درهم $h_f\propto\frac{Q^2}{D^5}$ می‌باشد.

شعاع و قطر هیدرولیکی:

در جریان‌های مجاری غیرمدور مانند کانال‌ها، جریان بین دو صفحه موازی، جریان بین دو لوله متحدالمرکز و ... مفهوم شعاع هیدرولیکی تعریف می‌شود که عبارت است نسبت از مساحتی که از آن جریان عبور می‌کند به محیطی که خیس می‌شود. همچنین مفهوم قطر هیدرولیکی نیز در مجاری غیر مدور تعریف می‌شود. چهار برابر شعاع هیدرولیکی را قطر هیدرولیکی می‌نامیم.

$$\text{شعاع هیدرولیکی}\quad r_H=\frac{\text{مساحتی که جریان عبور می‌کند}}{\text{محیطی که خیس می‌شود}}$$

$$\text{قطر هیدرولیکی}\quad D_H=4r_H$$

توصیه می‌شود در حل مسائل همواره قطر هیدرولیکی جایگزین شود چرا که ممکن است به اشتباه دو برابر شعاع هیدرولیکی به‌عنوان قطر هیدرولیکی در نظر گرفته شود. بنابراین در محاسبه عدد Re برای مجاری غیرمدور داریم:

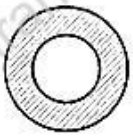
$$Re=\frac{\rho u D_H}{\mu}$$

به عنوان مثال در رابطه $\tau_w=\frac{\Delta P}{L}.\frac{D}{4}$ قطر هیدرولیکی را جایگزین می‌کنیم یعنی: $\tau_w=-\frac{\Delta P}{L}.\frac{D_H}{4}$

نکته دیگری که باید به آن توجه شود این است که شعاع هیدرولیکی مکانیک سیالات با شعاع هیدرولیکی انتقال حرارت تفاوت دارد که این تفاوت در مثال زیر نشان داده شده است.

مثال: مطابق شکل دو لوله متحدالمرکز را در نظر بگیرید که سیالی بین دو لوله جریان دارد قطر هیدرولیکی حرارتی و قطر هیدرولکی سیالاتی را محاسبه نمایید.

www.20file.org



دو لوله متحدالمرکز

قسمت هاشورخورده بیانگر مجرائی است که سیال جریان دارد.

در این مسئله باید بحث قطر هیدرولیکی حرارتی را به شکل مجزا از بحث قطر هیدرولیکی سیالاتی محاسبه کرد.

در بحث مکانیک سیالات برای محاسبه محیط خیس شونده، دو محیط خیس می‌شوند یکی دیواره خارجی لوله کوچکتر و دیگری دیواره داخلی لوله بزرگتر:

$$\text{محیط خیس‌شونده در بحث مکانیک سیالات} = \pi D_1 + \pi D_2 = \pi\left(D_1 + D_2\right)$$

مساحتی که جریان عبور می‌کند عبارت است از مساحت لوله بزرگتر منهای مساحت لوله کوچکتر:

$$\text{مساحتی که جریان عبور می‌کند} = \frac{\pi D_2^2}{4} - \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi}{4}\left(D_2^2 - D_1^2\right)$$

بنابراین:

$$\text{سیالاتی } D_H = 4\frac{\frac{\pi}{4}\left(D_2^2 - D_1^2\right)}{\pi\left(D_2 + D_1\right)} = D_2 - D_1$$

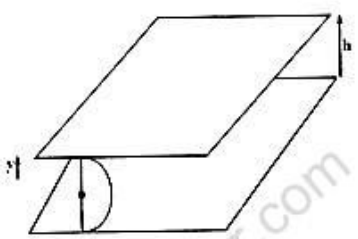
اما در محاسبه قطر هیدرولیکی حرارتی باید این نکته را در نظر گرفت که حرارت بین سیال جاری بین دو لوله و سیال جاری در لوله کوچکتر از طریق دیواره لوله کوچکتر انجام می‌گیرد بنابراین محیط خیس شونده در انتقال حرارت دیواره لوله کوچکتر می‌باشد ولی مساحتی که جریان عبور می‌کند مانند حالات سیالاتی می‌باشد.

$$\text{محیط خیس شونده در بحث انتقال حرارت} = \pi D_1$$

بنابراین :

$$\text{حرارتی } D_H = 4\frac{\frac{\pi}{4}\left(D_2^2 - D_1^2\right)}{\pi D_1} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_1}$$

جریان بین دو صفحه موازی:



مطابق شکل جریان سیال بین دو صفحه موازی که فاصله دو صفحه از هم برابر **h** است را در نظر می‌گیریم. پروفایل سرعت در جریان آرام در شکل نمایش یافته که مطابق جریان سیال در لوله در جریان آرام سهمی شکل می‌باشد.

رابطه بین افت فشار و تنش در سیستم کارتزین عبارت است از:

$$\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0$$

www.20file.org

لازم به ذکر است که رابطه بین افت فشار و تنش در سیستم استوانه‌ای به شکل زیر بیان می‌گردد:

$$\frac{2\tau}{r}+\frac{\partial P}{\partial x}=0$$

پروفایل سرعت در جریان آرام بین دو صفحه موازی عبارت است از:

$$U=U_{max}\left[1-\left(\frac{y}{h/2}\right)^2\right]$$

که در رابطه فوق U_{max} از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$U_{max}=-\frac{\Delta P}{L}\cdot\frac{h^2}{8\mu}$$

رابطه بین سرعت متوسط و سرعت ماکزیمم در جریان آرام بین دو صفحه عبارت است از:

$$\bar{U}=\frac{2}{3}U_{max}$$

در محاسبه ضریب اصطکاک در جریان آرام بین دو صفحه موازی اگر عدد Re را به شکل $Re=\frac{\rho\bar{U}h}{\mu}$ محاسبه کنیم یعنی از فاصله بین دو زیر قابل محاسبه می‌باشد:صفحه در محاسبه عدد Re استفاده کنیم در این صورت ضریب اصطکاک از روابط

$$Re=\frac{\rho\bar{U}h}{\mu}\rightarrow\begin{cases}f_{fanning}=\frac{12}{Re}\\ f_{darcy}=\frac{48}{Re}\end{cases}$$

اما اگر در محاسبه عدد Re از مفهوم قطر هیدرولیکی استفاده کنیم $\left(D_H=2h\right)$ آن‌گاه داریم:

$$Re=\frac{\rho\bar{U}D_H}{\mu}\Rightarrow\begin{cases}f_{fanning}=\frac{24}{Re}\\ f_{darcy}=\frac{96}{Re}\end{cases}$$

لازم به ذکر است که تمامی موارد گفته شده در جریان درون لوله، در جریان بین دو صفحه موازی نیز صادق است مثلاً در جریان آرام در هر دو حالت تلفات با سرعت به توان یک متناسب است و ...

اتلاف انرژی در اتصالات:

برای محاسبه اتلاف انرژی در اتصالات دو روش الف) استفاده از ضریب اتلاف، ب) استفاده از طول معادل وجود دارد.
در مورد یک لوله گفته شد که افت انرژی از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$h_f=4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

در مورد اتصالات (زانویی، انقباض و انبساط و شیرها و ...) به‌جای $4f\frac{L}{D}$ در رابطه فوق ضریب اتلاف K را قرار می‌دهیم بنابراین:

$$h_f=K\frac{V^2}{2g}$$

در زیر رابطه h_f برای اتصالات در سیستم‌ها و با واحدهای مختلف بیان شده است:

www.20file.org

در سیستم SI :

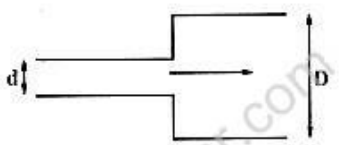
$$\begin{cases} h_f = K\dfrac{V^2}{2} & \text{واحد } \dfrac{J}{kg} \text{ (انرژی بر واحد جرم سیال)} \\ h_f = K\dfrac{V^2}{2g} & \text{واحد m (ارتفاع سیال)} \end{cases}$$

در سیستم انگلیسی:

$$\begin{cases} h_f = K\dfrac{V^2}{2g_c} & \text{واحد } \dfrac{ft.lb_f}{lb_m} \text{ (انرژی بر واحد جرم سیال)} \\ h_f = K\dfrac{V^2}{2g} & \text{واحد ft (ارتفاع سیال)} \end{cases}$$

بنابراین، در سیستم انگلیسی در هر دو واحد عدد 32.2 در مخرج لازم است. همان‌طور که از روابط معین است ضریب K بی‌بعد می‌باشد.
در ادامه به بررسی ضریب اتلاف برای انبساط و انقباض ناگهانی می‌پردازیم.

انبساط ناگهانی:



انبساط ناگهانی

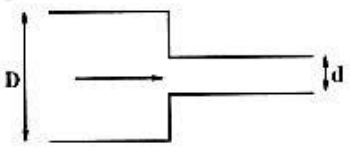
منظور از انبساط ناگهانی حالتی است که قطر لوله بطور ناگهانی افزایش می‌یابد. اگر قطر قسمت کوچکتر را d و سطح مقطع قسمت کوچکتر را a ، قطر قسمت بزرگتر را D و سطح مقطع قسمت بزرگتر را A بنامیم ضریب K از روابط زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$K=\left[1-\frac{a}{A}\right]^2 \quad , \quad K=\left[1-\left(\frac{d}{D}\right)^2\right]^2$$

مطابق شکل زیر اگر لوله ورودی به یک مخزن را در نظر بگیریم آن‌گاه نسبت $\frac{d}{D}$ بسیار کوچک خواهد بود. بنابراین $\frac{d}{D} \rightarrow 0$ و طبق رابطه در این حالت K = 1 می‌باشد.

www.20file.org

انقباض ناگهانی :

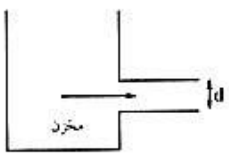


انقباض ناگهانی

منظور از انقباض ناگهانی حالتی است که به طور ناگهانی قطر لوله کاهش می‌یابد. اگر قطر قسمت بزرگتر را D، سطح مقطع قسمت بزرگتر را A ، قطر قسمت کوچکتر را d و سطح مقطع قسمت کوچکتر را a بنامیم K از روابط زیر قابل محاسبه می‌باشد:

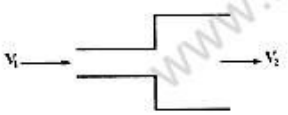
$$K=0.5\left[1-\frac{a}{A}\right] \quad \text{و} \quad K=0.5\left[1-\left(\frac{d}{D}\right)^2\right]$$

مطابق شکل اگر لوله خروجی از یک مخزن را در نظر بگیریم آن‌گاه نسبت $\frac{d}{D}$ بسیار کوچک خواهد بود. بنابراین $\frac{d}{D} \rightarrow 0$ و طبق رابطه در این حالت $K = 0.5$ می‌باشد.



تذکر بسیار مهم: در رابطه $h_f = K\frac{V^2}{2g}$ همواره چه در انبساط و چه در انقباض، سرعت (V) در سطح مقطع کوچکتر را در رابطه قرار می‌دهیم.

نکته : در حالت انبساط ناگهانی اگر سرعت در سطح مقطع کوچکتر V_1 و در سطح مقطع بزرگتر V_2 باشد می‌توان تلفات را از رابطه زیر محاسبه نمود.



$$h_f=\frac{(V_1-V_2)^2}{2g}$$

طول معادل:

می‌توان افت انرژی در اتصالات را با استفاده از طول معادل بیان نمود. به عبارت دیگر بیان می‌کنیم انرژی تلف شده در یک اتصال معادل انرژی تلف شده در چند متر از لوله می‌باشد. برای محاسبه طول معادل می‌بایست رابطه h_f برای لوله و برای اتصال را با هم مساوی قرار می‌دهیم. طول معادل را با L_{eq} نمایش می‌دهیم.

$$\left.\begin{aligned} h_f &= 4f\frac{L_{eq}}{D}\frac{V^2}{2g} \\ h_f &= K\frac{V^2}{2g} \end{aligned}\right\} \Rightarrow L_{eq}=\frac{KD}{4f_{fanning}}=\frac{KD}{f_{darcy}}$$

www.20file.org

فصل پنجم

پمپ و پمپاژ

تقسیم‌بندی پمپ‌ها:

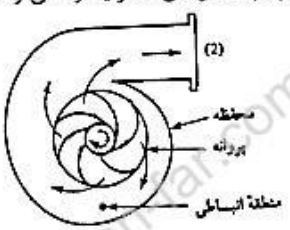
پمپ‌ها تجهیزاتی هستند که به مایعات انرژی می‌دهند تا موجب انتقال و جریان یافتن مایعات شوند.

پمپ‌ها را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم کرد: پمپ‌های سانتریفوژ (پمپ‌های دوار) و پمپ‌های جابجایی مثبت (پمپ‌های رفت و برگشتی).

از آن‌جا که پمپ‌های سانتریفوژ در آزمون‌های ورودی کارشناسی ارشد بیشتر از پمپ‌های جابجائی مثبت مطرح هستند بررسی خود را به این پمپ‌ها معطوف می‌کنیم.

پمپ‌های گریز از مرکز (سانتریفوژ)

شامل پروانه دواری هستند که در داخل یک محفظه جای گرفته است، سیال از طریق چشم بدنه به صورت محوری وارد پمپ شده، از لابلای پره‌ها لغزیده، به طریق مماسی و شعاعی به سمت پیرامون پروانه می‌چرخد، تمام قسمت‌های محیطی پروانه را پشت سر گذاشته و به داخل قسمت واگرای محفظه پمپ رانده می‌شود. سیال با عبور از پروانه، فشار و سرعت پیدا می‌کند. شکل حلزونی محفظه باعث کاهش سرعت جریان و در نتیجه افزایش فشار می‌گردد. این پمپ‌ها افزایش فشار یکنواختی را در طیف گسترده‌ای از دبی به‌وجود می‌آورند.



شکل یک پمپ گریز از مرکز

www.20file.org

مشخصات پمپ‌های سانتریفوژ:

۱) برای سیالات با ویسکوزیته کم کاربرد دارند.

۲) برای دبی‌های بالا و فشارهای پایین از این نوع پمپ استفاده می‌گردد.

۳) برای پمپاژ سیالات شبه پلاستیک از پمپ‌های سانتریفوژ با دورهای بالا استفاده می‌کنیم تا ویسکوزیته سیال کم شود.

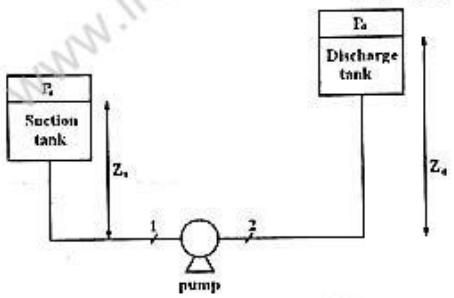
۴) برای پمپاژ سیالات دارای ذرات معلق از پمپ سانتریفوژ استفاده می‌کنیم.

۵) این پمپ‌ها فقط در محدوده کوچکی از دبی، راندمان بالا دارند.

۶) این پمپ‌ها نسبتاً ارزان هستند، فضای کمی را اشغال می‌کنند و هزینه راه‌اندازی و نصب کمی دارند.

روابط حاکم بر پمپ‌ها و سیستم‌های انتقال مایع:

سیستم نمایش یافته در شکل زیر را در نظر می‌گیریم:



هدف پمپاژ سیال از مخزن مکش تا مخزن تخلیه می‌باشد.

اختلاف ارتفاع مایع در مخزن مکش تا پمپ را با Z_s و اختلاف ارتفاع مخزن تخلیه تا پمپ را با Z_d نمایش می‌دهیم. در شکل نقطه 1 در ورودی پمپ و نقطه 2 در خروجی از پمپ معین شده‌اند. مطابق شکل فشار در دو نقطه 1 و 2 برابر است با:

$$P_1 = P_s + \rho g Z_s - h_{fs} \quad , \quad P_2 = P_d + \rho g Z_d + h_{fd}$$

در روابط فوق P_s فشار روی مخزن مکش و P_d فشار روی مخزن تخلیه می‌باشد. h_{fs} بیانگر میزان اتلاف انرژی از مخزن مکش تا پمپ و h_{fd} بیانگر میزان اتلاف انرژی از پمپ تا مخزن تخلیه می‌باشد.

اگر بخواهیم روابط فوق را با واحد ارتفاع سیال بیان کنیم خواهیم داشت:

$$H_1 = \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_s}{\rho g} + Z_s - h_{fs} \quad , \quad H_2 = \frac{P_2}{\rho g} = \frac{P_d}{\rho g} + Z_d + h_{fs}$$

که البته در این روابط h_f باید با واحد ارتفاع سیال بیان شود. H_1 را ارتفاع (هد) مایع در قسمت مکش و H_2 را ارتفاع (هد) بخش تخلیه می‌نامیم.

هد کل سیستم (ارتفاع کل سیستم) مطابق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$H_{\text{سیستم}} = H_2 - H_1$$

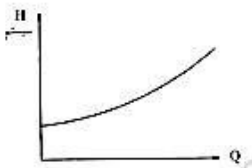
$$H_{\text{سیستم}} = \frac{P_d - P_s}{\rho g} + \left(Z_d - Z_s\right) + \left(h_{fd} + h_{fs}\right)$$

www.20file.org

در رابطه فوق Z_s ،Z_d ،P_s و P_d مقادیر ثابتی هستند h_f با Q^2 متناسب است بنابراین رابطه($H_{سیستم}$) را می‌توان به شکل زیر نوشت:

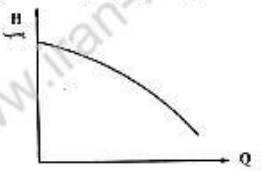
$$H=A+BQ^2$$

که A و B اعداد ثابتی هستند بنابراین رسم ($H_{سیستم}$) بر حسب دبی (Q) مطابق نمودار زیر خواهد بود که آن‌را منحنی هد سیستم می‌نامیم.



منحنی هد سیستم

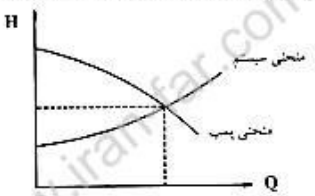
اگر پمپ سانتریفوژ را به تنهایی در نظر بگیریم می‌توان منحنی هد پمپ بر حسب دبی را به صورت زیر نشان داد:



منحنی هد پمپ

در پمپ‌های سانتریفوژ با افزایش دبی، هد پمپ کاهش می‌یابد. بنابراین نمودار هد پمپ بر اساس دبی نزولی خواهد بود.

اگر دو نمودار منحنی هد سیستم و منحنی هد پمپ را روی یک منحنی رسم کنیم نقطه برخورد دو منحنی، نقطه عملکرد پمپ را نشان می‌دهد. بدین معنی که کاربرد این پمپ در این سیستم چه مقدار دبی با چه هد را نتیجه می‌دهد.



اگر راندمان پمپ را با η نمایش دهیم و توان پمپ را با P خواهیم داشت:

$$\eta=\frac{\text{توانی که پمپ به سیال می دهد}}{\text{توانی که پمپ مصرف می‌کند}}$$

توانی که پمپ به سیال می‌دهد $P=\Delta P.Q=\rho g H Q$

توانی که پمپ مصرف می‌کند $P=\frac{\rho g H Q}{\eta}$

مطابق رابطه با کاهش راندمان پمپ، توان مصرفی پمپ افزایش می‌یابد.

اگر برای سیستم نمایش یافته در شکل ابتدای فصل رابطه برنولی را بین سطح سیال در مخزن مکش و مخزن تخلیه در سیستم SI و با واحد ارتفاع سیال بنویسیم خواهیم داشت:

$$\frac{P_s}{\rho g}+Z_s+h_p=\frac{P_d}{\rho g}+Z_d+h_f$$

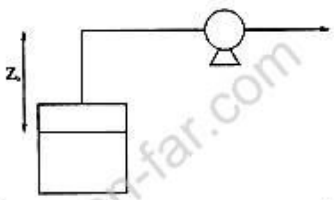
www.20file.org

که در این جا h_f مجموع کل تلفات بین مخزن مکش و تخلیه است که برابر است با:

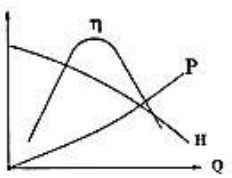
$$h_f = h_{fs} + h_{fd}$$

البته سطح سیال در مخزن مکش درحال پایین رفتن و سطح سیال در مخزن تخلیه در حال بالا رفتن است که بدلیل کم بودن سرعت، از سرعت از آن‌ها صرف‌نظر شده است.

تذکر بسیار مهم: اگر در مسئله‌ای مخزن مکش پایین‌تر از پمپ قرار گرفته باشد در کلیه روابط ذکر شده، Z_s را با علامت منفی قرار می‌دهیم.



می‌توان راندمان پمپ η، توان مصرفی پمپ **P** را نیز بر حسب دبی رسم کرد. در نمودار زیر توان مصرفی، راندمان و هد پمپ بر اساس دبی رسم شده‌اند.



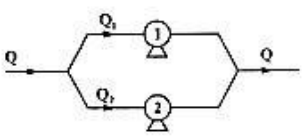
سری و موازی بستن پمپ‌های سانتریفوژ:

برای افزایش دبی می‌توان چند پمپ سانتریفوژ را به صورت موازی بست. همچنین برای افزایش هد می‌توان چند پمپ سانتریفوژ را به شکل سری بست که به بررسی این دوحالت می‌پردازیم.

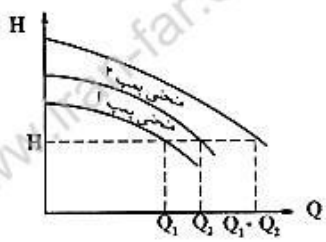
موازی بستن پمپ‌های سانتریفوژ:

اگر دو یا چند پمپ سانتریفوژ را به صورت موازی ببندیم تمامی پمپ‌ها دارای هد یکسان خواهند بود ولی دبی پمپ‌ها متفاوت می‌باشد. دبی کل در این حالت مجموع دبی تک تک پمپ‌ها خواهد بود. بنابراین:

$$H = H_1 = H_2$$
$$Q = Q_1 + Q_2$$



مطابق شکل برای تعیین منحنی مشخصه کل سیستم می‌توان از روی منحنی مشخصه پمپ‌ها در یک هد مشخص دبی پمپ‌ها را با هم جمع کرده و نقاط موردنظر را به‌دست آورد.



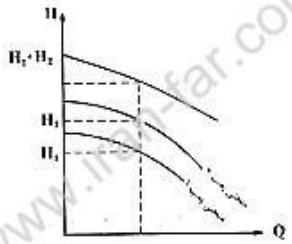
www.20file.org

سری بستن پمپ‌های سانتریفوژ:

اگر دو یا چند پمپ سانتریفوژ را به‌صورت سری به هم ببندیم تمامی پمپ‌ها دارای دبی یکسان خواهند بود ولی هد کلی مجموع هد تک تک پمپ‌ها می‌باشد. بنابراین:

$$Q=Q_1=Q_2$$
$$H=H_1+H_2$$

برای تعیین هد کلی سیستم می‌توان در یک دبی ثابت مجموع هد پمپ‌ها را حساب کرده و یک نقطه از منحنی مشخصه کلی را به‌دست آورد. طبیعی است با پیدا کردن نقاط بیشتر منحنی مشخصه کل سیستم قابل ترسیم است.



کاویتاسیون:

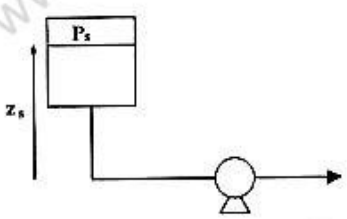
یکی از مشکلاتی که در پمپ‌های سانتریفوژ اتفاق می‌افتد کاویتاسیون است. اگر به هر دلیلی فشار در داخل پمپ از فشار بخار سیال کمتر شود قسمتی از مایع بخار شده و به شکل حباب در می‌آید. به این پدیده کاویتاسیون می‌گویند که مشکلات زیر را به وجود می‌آورد:

۱) مرکز جرم پمپ تغییر می‌کند و پمپ شروع به لرزش می‌نماید.

۲) با رخ دادن کاویتاسیون، هم دبی و هم هد پمپ به شدت کاهش می‌یابند.

:(Net Positive Suction Head) NPSH

عبارت است از هد خالص مثبت در قسمت مکش که باید وجود داشته باشد تا پدیده کاویتاسیون رخ ندهد. با توجه به شکل NPSH را به‌دست می‌آوریم:



$$NPSH=\left(\frac{P_s-P_{vp}}{\rho g}\right)+Z_s-h_f$$

که در این رابطه P_{vp} فشار بخار سیال در شرایط مسئله بوده و h_f کل تلفات بخش مکش می‌باشد.

تذکر: اگر مخزن مکش پایین‌تر از پمپ قرار داشته باشد Z_s را با علامت منفی قرار می‌دهیم.

www.20file.org

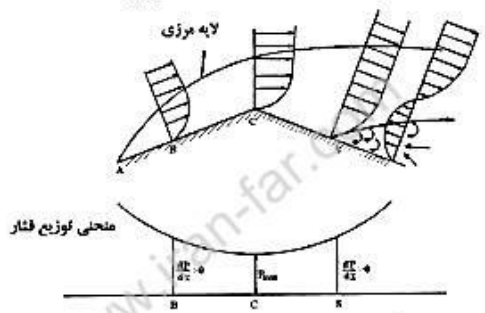
فصل ششم

جریان‌های خارجی

لایه مرزی در جریان خارجی و جدایش لایه مرزی:

وقتی یک جسم جامد در معرض حرکت سیالی قرار گیرد لایه نازکی به‌نام لایه مرزی در روی سطح جسم جامد تشکیل می‌شود. در لایه مرزی سرعت سیال از صفر (در سطح جسم جامد) تا سرعت جریان آزاد در خارج از لایه مرزی به طور پیوسته افزایش می‌یابد. لایه سیال مجاور جسم جامد در مقابل اصطکاک کار انجام می‌دهد. با انجام این کار سرعت سیال رو به کاهش می‌گذارد. در یک نقطه مشخص انرژی جنبشی (و در نتیجه سرعت) سیال به حدی کم می‌شود که دیگر قادر به غلبه بر نیروی مقاوم اعمال شده از سطح جسم جامد نمی‌باشد. در این شرایط لایه مرزی از سطح جسم جامد جدا می‌شود که به این پدیده « جدایش لایه مرزی » می‌نامیم و نقطه‌ای که در آن لایه مرزی از سطح جسم جامد جدا می‌شود نقطه جدایش نام دارد.

تاثیر گرادیان فشار $\left(\frac{dP}{dx}\right)$ روی جدایش لایه مرزی با در نظر گرفتن جریان بر روی سطح انحنادار ABCSD در شکل قابل بررسی است. در ناحیه انحنادار ABC، سرعت سیال افزایش می‌یابد. این بدین معنی است که سیال در این ناحیه شتاب می‌گیرد. با توجه به افزایش سرعت سیال، فشار در راستای حرکت سیال کاهش یافته و بنابراین گرادیان فشار $\frac{dP}{dx}$ در این ناحیه منفی است.



تاثیر گرادیان فشار روی جدایش لایه مرزی

www.20file.org

در نقطه C فشار حداقل می‌باشد. در ناحیه انحنادار CSD سرعت سیال در راستای حرکت کاهش می‌یابد. به‌دلیل کاهش سرعت، فشار در راستای حرکت افزایش می‌یابد و بنابراین گرادیان فشار $\frac{dP}{dx}$ مثبت می‌باشد. بنابراین در ناحیه CSD، سرعت سیال در راستای حرکت کاهش یافته و فشار سیال در این ناحیه رو به افزایش می‌باشد. با کاهش سرعت سیال، انرژی جنبشی نیز کاهش یافته و مومنتوم نیز کاهش می‌یابد. لذا مومنتوم سیال دیگر قادر به غلبه بر مقاومت سطحی و لایه مرزی نبوده و جدایش از نقطه S آغاز می‌شود. در پایین دست جریان بعد از نقطه S جریان سیال معکوس شده و گرادیان سرعت منفی می‌شود.

مکان نقطه جدایش:

نقطه جدائی S با اعمال شرط زیر به دست می‌آید:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}=0$$

برای یک پروفایل سرعت داده شده می‌توان گفت:

a) اگر $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}<0$ باشد، بدین معنی است که جریان سیال جدا شده است.

b) اگر $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}=0$ باشد، بدین معنی است که جریان سیال در آستانه جدایش است.

c) اگر $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}>0$ باشد، بدین معنی است که جریان سیال جدا نخواهد شد.

نیروی درگ (Drag):

اگر جسمی در داخل سیالی حرکت کند و یا سیال از روی جسم حرکت کند، از طرف سیال نیرویی در راستای حرکت به جسم وارد می‌شود که نیروی درگ نام دارد. به عبارت دیگر نیروی درگ به نوعی نیروی مقاوم در برابر حرکت است.

نیروی درگ خود از دو قسمت تشکیل می‌گردد نیروی درگ ناشی از شکل هندسی جسم و نیروی درگ ناشی از اصطکاک پوسته‌ای. درگ ناشی از شکل هندسی، در حقیقت ناشی از اختلاف فشاری است که به دلیل شکل هندسی در دو طرف جسم بوجود می‌آید. نیروی درگ ناشی از اصطکاک پوسته‌ای در حقیقت همان نیروی ناشی از اصطکاک بین سیال و جسم است.

برای یک حالت خاص یعنی حالتی که یک کره در جریان خزشی سیال قرار داشته باشد (جریان خزشی حالتی است که هیچ گونه جدایی رخ ندهد و برای این منظور در مورد کره عدد Re بایدکمتر از یک باشد) از روابط زیر می‌توان نیروی درگ را محاسبه کرد:

نیروی درگ ناشی از شکل هندسی = $2\pi R\mu U$

نیروی درگ ناشی از اصطکاک پوسته‌ای = $4\pi R\mu U$

بنابراین نیروی درگ کل برابر است با: $F_D=2\pi R\mu U+4\pi R\mu U=6\pi R\mu U$

ضریب درگ :

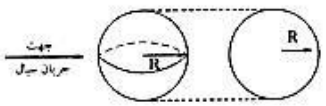
در جریان‌های داخلی ضریب اصطکاک تعریف شده و در جریان خارجی ضریب درگ مطابق رابطه زیر تعریف می شود:

ضریب اصطکاک : $f=\frac{\tau_w}{\frac{\rho\bar{V}^2}{2g_c}}$ و ضریب دراگ: $C_D=\frac{F_D}{\frac{\rho\bar{V}^2}{2g_c}}$

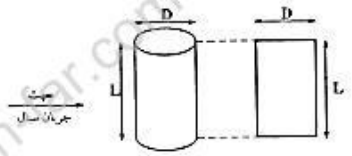
$$F_D=C_D A_P \rho\frac{\bar{V}^2}{2}$$

www.20file.org

$\bar{V}$ عبارت است از سرعت نسبی بین سیال و جسم، A_p عبارت است از مساحت تصویر جسم روی صفحه عمود بر جهت جریان سیال. بنابراین A_p برای یک کره به شعاع R، برابر مساحت دایره‌ای به همان شعاع می‌باشد و A_p برای یک استوانه به ارتفاع L و قطر D، برابر مساحت یک مستطیل به اضلاع D و L می‌باشد و A_p برای یک صفحه عمود بر جهت جریان برابر مساحت همان صفحه می‌باشد که این بحث‌ها در شکل زیر نمایش یافته است:



$$A_P = \pi R^2$$



$$A_P = L.D$$

برای محاسبه F_D باید ضریب C_D را محاسبه کرد. برای حالت خاص جریان خزشی برای یک کره می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

برای کره در جریان خزشی: $C_D = \frac{24}{Re}$

در جریان خزشی $\log C_D$ بر حسب $\log Re$ خطی با شیب **1-** است:

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad \Rightarrow \quad \log C_D = \log 24 - \log Re$$

توجه ۱: جدایش باعث افزایش نیروی دراگ می‌شود.

توجه ۲: بعد از ناحیه خزشی با افزایش عدد Re، C_D کاهش می‌یابد اما باید توجه کرد که F_D با افزایش عدد Re افزایش می‌یابد چرا که F_D با توان دوم سرعت متناسب است بنابراین با افزایش سرعت، عدد Re افزایش، C_D کاهش ولی F_D افزایش می‌یابد.

کاربرد نیروی درگ: محاسبه ویسکوزیته سیال مجهول

جسمی را که در داخل سیالی سقوط می‌کند در نظر می‌گیریم. پس از مدتی جسم به یک سرعت ثابت می‌رسد که این سرعت را سرعت حد می‌نامند. در این حالت برآیند تمامی نیروها صفر است. نیروهایی که به جسم وارد می‌شود عبارتند از نیروی وزن، نیروی دراگ و نیروی بویانسی. نیروی وزن عامل حرکت جسم می‌باشد و نیروهای بویانسی و درگ با حرکت جسم مخالفت می‌کنند بنابراین:

$$\sum F = W - F_D - F_B = 0$$

اگر جسم کره‌ای به شعاع R، به قطر D و به چگالی ρ_s در سیالی با ویسکوزیته μ، چگالی ρ، با سرعت حد u_0 در جریان خزشی در حال حرکت باشد آن‌گاه:

نیروی درگ + نیروی بویانسی = نیروی وزن

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_s g - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g - 6\pi\mu R u_0 = 0$$

$$\mu = \frac{D^2(\gamma_s - \gamma)}{18 u_0} \quad \leftrightarrow \quad u_0 = \frac{D^2(\gamma_s - \gamma)}{18\mu}$$

همچنین نتیجه می‌شود در این حالت سرعت حد با توان دوم قطر ذره یعنی D نسبت مستقیم دارد: $u_0 \propto D^2$

$$u_0 = \sqrt{\frac{8Rg(\rho_s - \rho)}{3C_D\rho}} = \sqrt{\frac{8R(\gamma_s - \gamma)}{3C_D\rho}} = \sqrt{\frac{4D(\gamma_s - \gamma)}{3C_D\rho}}$$

www.20file.org

فصل هفتم

آنالیز ابعادی و اعداد بی‌بعد

یکی از ابزارهای اساسی مکانیک سیالات مدرن استفاده از روش آنالیز ابعادی است. در مواردی که نمی‌توان از طریق ریاضی خصوصیات جریان یک سیال را بررسی نمود، استفاده از روش‌های تحلیلی تئوری و آزمایشات تجربی روشی مناسب است و استفاده از روش آنالیز ابعادی و گروه‌های بی‌بعد جهت کاهش تعداد متغیرها برای یک آزمایش، طراحی مدل جهت انجام آزمایشات بر روی آن و ارائه معادلات لازم و تبدیل یک سیستم واحد به سیستم دیگر مفید است.

به‌طور کلی آنالیز ابعادی تعداد متغیرهای یک مسئله را کاهش می‌دهد. این کار در طرح مدل روش‌های آزمایش بر روی آن به ما کمک می‌کند. با استفاده از مدل‌های کوچک و ارزان (Model) می‌توان عملکرد نمونه اصلی را (Prototype) پیش‌بینی نمود.

آنالیز ابعادی با دو روش قابل انجام است:

۱) روش Rayleigh

۲) روش π – Bucking ham

روش Rayleigh :

این روش را با یک مثال توضیح می‌دهیم.

مثال : سرعت خروج سیال از مخازن زیر زمینی با صرف نظر کردن از کشش سطحی و نیروهای ویسکوزیته با رابطه $V=K\Delta P^{a}\rho^{b}$ محاسبه می‌شود که ΔP افت فشار و ρ دانسیته سیال می‌باشد. کدام یک از گزینه‌ها سرعت خروج سیال از مخزن را نشان می‌دهد؟

۱) $K\frac{\Delta P}{\rho}$ ۲) $K\sqrt{\Delta P.\rho}$ ۳) $K\sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$ ۴) $K\Delta P.\rho$

حل : در روش Rayleigh ابتدا بعد هر یک از کمیت‌های موجود در معادله را به‌دست می‌آوریم، یادآوری می‌شود که منظور از بعد یک کمیت ارتباط آن کمیت با کمیت‌های اصلی در آن سیستم اندازه‌گیری موردنظر می‌باشد، در مورد این مثال در سیستم SI داریم:

$[V]=LT^{-1}$

www.20file.org

$$[\Delta P]=ML^{-1}T^{-2}$$

$$[\rho]=ML^{-3}$$

که در روابط فوق علامت کروشه بیانگر بعد کمیت و M جرم، T زمان و L بیانگر طول می‌باشد. از آن‌جا که دوطرف یک رابطه باید بعد مساوی داشته باشند به‌جای هر کمیت بعد آن را قرار می‌دهیم:

$$V=K\Delta P^{a}\rho^{b}$$

$$LT^{-1}=\left(ML^{-1}T^{-2}\right)^{a}\left(ML^{-3}\right)^{b}$$

با مرتب کردن رابطه داریم:

$$LT^{-1}=M^{a+b}L^{-a-3b}T^{-2a}$$

که توان M , L , T در دو طرف رابطه باید برابر باشد:

$$-a-3b=1$$

$$-2a=-1$$

$$a+b=0$$

از دستگاه فوق دو مجهول a , b به‌دست می‌آید:

$$a=\frac{1}{2}\quad,\quad b=-\frac{1}{2}$$

بنابراین:

$$V=K\sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

۲) روش Buckingham ـ π:

در یک پدیده فیزیکی در صورتی که تعداد کمیت‌ها برابر n و تعداد ابعاد برابر m باشد تعداد گروه‌های بی‌بعدی که می‌توان به صورت عامل مستقل بدون بعد نوشت از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

تعداد گروه‌های بی‌بعد P = (تعداد کمیت n) − (تعداد ابعاد اصلی سیستم m)

تعداد ابعاد اصلی بستگی به سیستم اندازه‌گیری دارد. در سیستم MLT تعداد ابعاد اصلی برابر 3 می‌باشد (T,L,M) و در سیستم FMLT تعداد ابعاد اصلی برابر 4 می‌باشد.

مثال : اگر دبی درون یک لوله موئین به قطر لوله، ویسکوزیته و افت فشار در واحد طول لوله بستگی داشته باشد تعداد گروه‌های بی‌بعد را به‌دست آورید.

پارامترها عبارتند از: Q، $\frac{\Delta P}{L}$، D و μ بنابراین n = 4 می‌باشد. برای تعیین تعداد ابعاد اصلی بعد هر یک از پارامترها را می‌نویسیم:

$$[Q]=L^{3}T^{-1}$$

$$\left[\frac{\Delta P}{L}\right]=ML^{-2}T^{-2}$$

$$[D]=L$$

$$[\mu]=ML^{-1}T^{-1}$$

همان‌طور که معین است بعد تمامی کمیت‌ها از سه کمیت M , L و T تشکیل شده است بنابراین تعداد کمیت‌های اصلی برابر سه می‌باشد. مثلاً اگر بعد تمامی کمیت‌ها از فقط T , L تشکیل می‌شد و در آن صورت تعداد کمیات اصلی برابر 2 می‌بود. بنابراین:

تعداد گروه‌های بی‌بعد $n=4-3=1$

www.20file.org

اعداد بی‌بعد:

اعداد بی‌بعد که در درس مکانیک سیالات اهمیت دارند عبارتند از:

عدد رینولدز $Re = \dfrac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی برشی (ویسکوز)}} = \dfrac{\rho V D}{\mu}$

عدد ماخ $Ma = \dfrac{\text{سرعت}}{\text{سرعت صوت}} = \dfrac{V}{C}$

فرود $Fr = \dfrac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{جاذبه}} = \dfrac{V^2}{Lg}$

اولر $EU = \dfrac{\text{نیروی فشاری}}{\text{نیروی اینرسی}} = \dfrac{-\Delta P}{\rho V^2}$

وبر $We = \dfrac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{کشش سطحی}} = \dfrac{\rho V^2 L}{\sigma}$

با کاربرد عدد رینولدز آشنا هستیم. عدد ماخ در سیالات تراکم‌ناپذیر کاربرد دارد. عدد اولر در افت فشار دارای اهمیت است. عدد فرود درحرکت در سطح آزاد و عدد وبر درمورد کشش سطحی مانند صعود سیال از لوله موئین اهمیت دارد.

همچنین یادآور می‌شود که:

نیروی فشاری $= \Delta P.A = \Delta P.L^2$

نیروی اینرسی $= F_I \propto \rho V^2 L^2$

نیروی ویسکوز (برشی) $= \tau.A = \mu \dfrac{du}{dy} A \propto \mu L V$

نیروی جاذبه $= mg \propto \rho L^3 g$

نیروی کشش سطحی $= \sigma.L$

www.20file.org

تشابه، مطالعه مدل‌ها:

به خاطر مسائل اقتصادی، همچنین کمک به طراحی از اصل تشابه استفاده می‌شود. برای این منظور نمونه مشابهی به صورت مدل ساخته شده و روی آن مطالعات صورت گرفته و نتایج حاصله را در مورد نمونه اصلی به کار می‌برند.

برای این‌که مدل ساخته شده از هر نظر انعکاس دهنده نمونه اصلی باشد و بتوان نتایج به‌دست آمده را در مورد نمونه اصلی به‌کار برد، لازم است تشابه کاملی بین مدل و نمونه اصلی وجود داشته باشد. برای تامین تشابه لازم است که بین مدل و نمونه اصلی تشابه هندسی، تشابه سینماتیکی و تشابه دینامیکی برقرار باشد.

۱) تشابه هندسی : در این حالت نسبت‌های ابعاد متناظر در مدل و نمونه اصلی باید با هم برابر باشد.

$$\text{نسبت طول‌ها} = \frac{\text{طول مدل}}{\text{طول نمونه اصلی}} = \frac{L_m}{L_p} = L_r$$

$$\text{نسبت مساحت‌ها} = \frac{\text{مساحت مدل}}{\text{مساحت نمونه اصلی}} = \frac{L_m^2}{L_p^2} = L_r^2$$

$$\text{نسبت حجم‌ها} = \frac{\text{حجم مدل}}{\text{حجم نمونه اصلی}} = \frac{L_m^3}{L_p^3} = L_r^3$$

همچنین تمام زوایا و جهت‌های جریان در تشابه هندسی یکسانند و راستای مدل و نمونه اصلی باید نسبت به محیط اطراف همسان باشد.

۲) تشابه سینماتیکی: اساس این تشابه داشتن نسبت طولی و زمانی یکسان است. یعنی در این حالت بین خطوط جریان مدل و نمونه اصلی تشابه هندسی برقرار است به عبارت دیگر نسبت بین سرعت‌ها در قسمت‌های متناظر مدل و نمونه اصلی یکسان بوده، همچنین مسیرهای ذرات متحرک (خطوط جریان) در مدل و نمونه اصلی از لحاظ هندسی متشابه می‌باشند.

$$\text{نسبت سرعت‌ها} = V_r = \frac{V_m}{V_p} = \frac{\left(\frac{L_m}{T_m}\right)}{\left(\frac{L_p}{T_p}\right)} = \frac{L_r}{T_r}$$

$$\text{نسبت شتاب‌ها} = a_r = \frac{a_m}{a_p} = \frac{\left(\frac{L_m}{T_m^2}\right)}{\left(\frac{L_p}{T_p^2}\right)} = \frac{L_r}{T_r^2}$$

$$\text{نسبت دبی‌ها} = Q_r = \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{\left(\frac{L_m^3}{T_m}\right)}{\left(\frac{L_p^3}{T_p}\right)} = \frac{L_r^3}{T_r}$$

$T_r = \frac{T_m}{T_p}$ شرط برقراری تشابه سینماتیکی است که می‌توان آن را مقیاس (نسبت) زمانی دانست.

۳) تشابه دینامیکی: در این حالت بین نیروهای موثر بر قسمت‌های متناظر مدل و نمونه اصلی تشابه وجود داشته و یکسان می‌باشند. در صورت وجود تشابه‌های هندسی و سینماتیکی بین مدل و نمونه اصلی، این دو دارای تشابه دینامیکی نیز می‌باشند.

www.20file.org

برای تشابه دینامیکی لازم است نسبت‌های ثابتی بین نیروهای موثر بر سیال (نیروهای اینرسی، لزجت، ثقل، کشش سطحی، الاستیسیته و فشاری) بر قسمت‌های متناظر مدل و نمونه اصلی برقرار باشد. این نسبت‌ها همان اعداد بی‌بعد رینولدز، فرود، وبر، ماخ و اولر می‌باشند. بنابراین در صورت یکسان بودن این اعداد بدون بعد، در مدل و نمونه اصلی تشابه دینامیکی وجود دارد.

در اغلب مسائل بیشتر این اعداد دارای اهمیت نبوده و فقط یک یا دو عدد بدون بعد دارای اهمیت می‌باشد و از بقیه صرف‌نظر می‌شود. به‌عنوان مثال:

۱) در جریان تراکم‌پذیر، عدد رینولدز، ماخ و نسبت گرمای ویژه مدل و نمونه اصلی یکسان باشند.

۲) برای جریان تراکم‌ناپذیر بدون سطح آزاد، اعداد رینولدز مدل و نمونه اصلی باید مساوی باشند.

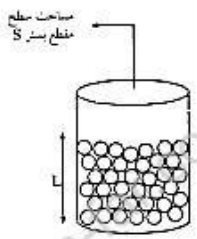
۳) برای جریان تراکم‌ناپذیر با سطح آزاد، اعداد فرود، رینولدز (در صورت لزوم) و وبر مدل و نمونه اصلی مساوی باشند.

www.20file.org

فصل هشتم

بسترهای پر شده

یک بستر که از پرکن پر شده است را در نظر می‌گیریم:



قسمتی از فضای بستر را پرکن‌ها اشغال کرده و قسمت‌هایی بین پرکن‌ها فضای خالی وجود دارد. برای نشان دادن حجم فضای خالی بین پرکن‌ها از ضریب تخلخل (ε)استفاده می‌کنیم که به شکل زیر آن را تعریف می‌کنیم:

$$\varepsilon = \frac{\text{حجم فضای خالی}}{\text{کل حجم بستر}}$$

اگر جریان سیالی وارد بستر شود و دبی جریان سیال برابر Q باشد سرعت سیال را در بیرون بستر، سرعت ظاهری می‌نامیم که می‌توان به شکل زیر محاسبه کرد:

$$V=\frac{Q}{S}$$

بدیهی است که این سرعت، سرعت واقعی نیست چرا که سیال از تمامی سطح مقطع S عبور نمی‌کند بلکه فقط از فضاهای خالی بین پرکن‌ها عبور می‌نماید. سرعت واقعی که آن‌را سرعت موثر نیز می‌نامیم از تقسیم کردن سرعت ظاهری به ضریب تخلخل به‌دست می‌آید. سرعت موثر را با V_{eff} نمایش می‌دهیم:

$$V_{eff}=\frac{V}{\varepsilon}$$

www.20file.org

حجم فضای خالی بستر برابر است با:

کل حجم × ε = حجم فضای خالی

حجم فضای خالی $=\varepsilon \times SL$

حجم فضای خالی = کل حجم − حجم فضایی که توسط پرکن‌ها اشغال شده

$=SL-\varepsilon \times SL \quad =SL(1-\varepsilon)$

که S_p سطح پرکن و V_p حجم پرکن می‌باشد.

می‌توان نشان داد که افت فشار در جریان درهم با توان دوم سرعت و در جریان آرام با توان اول سرعت متناسب است. بنابراین:

$$\begin{cases} \text{در جریان درهم} & \Delta P \sim V^2 \\ \text{در جریان آرام} & \Delta P \sim V^1 \end{cases}$$

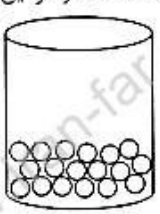
$$\begin{cases} \text{در جریان درهم} & \log \Delta P \sim 2 \log V \\ \text{در جریان آرام} & \log \Delta P \sim \log V \end{cases}$$

سطح ویژه در بسترهای پر شده از رابطه زیر قابل محاسبه است:

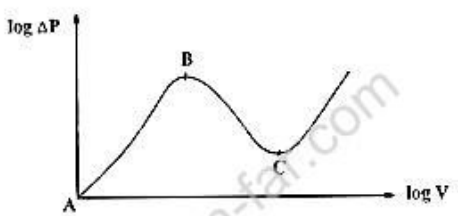
$$\text{سطح ویژه } a_p = \frac{6(1-\varepsilon)}{d_p}$$

بررسی سیالیت:

بستری را در نظر می‌گیریم که هنوز جریان سیالی وارد آن نشده است و در این حالت پرکن‌ها در کف بستر تجمع کرده‌اند.

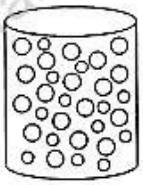


حال جریانی از سیال از پایین وارد بستر می‌شود. در ابتدا نیرویی که سیال به پرکن‌ها وارد می‌کند نمی‌تواند بر نیروی وزن پرکن‌ها غلبه نماید بنابراین بسترها به همان حالت قبلی باقی می‌ماند. سرعت سیال ورودی را افزایش می‌دهیم، بستر به همان حالت ساکن باقی می‌ماند و به‌دلیل افزایش سرعت افت فشار افزایش می‌یابد این مسئله درموارد زیر نشان داده شده است. که از نقطه A تا B بستر چنین وضعیتی دارد.



تا جایی که به نقطه B (آستانه سیالیت) می‌رسیم در این حالت نیرویی که سیال به پرکن‌ها وارد می‌کند با وزن پرکن‌ها برابر است و بستر در آستانه سیالیت قرار می‌گیرد، در این حالت اگر سرعت سیال را افزایش دهیم پرکن‌ها از هم جدا می‌شوند و به حالت زیر در می‌آیند:

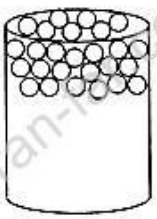
www.20file.org



حالت سیالیت

بنابراین در این حالت با افزایش سرعت، فاصله پرکن‌ها از هم بیشتر می‌گردد و با افزایش سرعت افت فشار کاهش می‌یابد.

حالتی که در نقطه C اتفاق می‌افتد در شکل زیر نشان داده شده است:



در این حالت با افزایش جریان سیال تمامی پرکن‌ها به سمت بالای بستر حرکت کرده و پرکن‌ها در بالای بستر تجمع می‌کنند. از این حالت به بعد مجدداً افزایش سرعت موجب افزایش افت فشار می‌گردد.

محاسبه افت فشار:

افت فشار در آستانه سیالیت از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{\Delta P}{L}=\frac{g}{g_c}(1-\varepsilon)(\rho_s-\rho)$$

که ρ_s دانسیته پرکن‌ها، ρ دانسیته سیال و $\frac{\Delta P}{L}$ افت فشار به ازای واحد طول می‌باشد. یادآوری می‌شود که g_c در سیستم SI برابر یک و در سیستم مهندسی انگلیسی $\frac{g}{g_c}$ برابر یک می‌باشد.

$$\Delta P=\frac{g}{g_c}L(1-\varepsilon)(\rho_s-\rho)$$

$(\rho_s-\rho)$ هم مقداری ثابت است بنابراین افت فشار در حالت سیالیت مقداری ثابت دارد ولی $\frac{\Delta P}{L}$ به میزان تخلخل وابسته است.

www.20file.org

تغییرات تخلخل با تغییرات طول بستر:

فرض می‌کنیم در اثر تغییرات طول بستر از L_1 به L_2 میزان تخلخل از ε_1 به ε_2 تغییر کند. $SL(1-\varepsilon)$ حجمی که توسط پرکن‌ها اشغال می‌شود را بیان می‌کند از آن‌جا که تعداد پرکن‌ها ثابت است این حجم مقدار ثابتی است بنابراین همواره:

$$SL_1(1-\varepsilon_1)=SL_2(1-\varepsilon_2)$$

$$L_1(1-\varepsilon_1)=L_2(1-\varepsilon_2) \rightarrow \frac{L_1}{L_2}=\frac{1-\varepsilon_2}{1-\varepsilon_1}$$

یعنی وقتی که طول بستر و به همراه آن تخلخل تغییر می‌کند حاصل‌ضرب طول بستر در $(1-\varepsilon)$ مقدار ثابتی است.

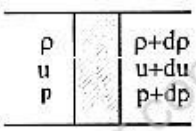
www.20file.org

فصل نهم

جریان سیالات تراکم‌پذیر

محاسبه سرعت صوت

المانی از جریان سیال تراکم‌پذیر را مطابق شکل در نظر می‌گیریم:



اگر چگالی (ρ)، سرعت (u) و فشار (p) در دو قسمت المان موردنظر در طول جریان تغییر کند مطابق قانون بقای جرم خواهیم داشت:

$$\rho uA=(\rho+d\rho)(u+du)A$$

$$\rho u=\rho u+u\,d\rho+\rho\,du+d\rho\,du$$

از جمله dρdu به‌دلیل کوچک بودن صرف‌نظر می‌کنیم:

$$\boxed{u\,d\rho+\rho\,du=0}$$

این رابطه قانون بقای جرم در جریان سیال تراکم‌پذیر در یک لوله با سطح مقطع ثابت می‌باشد.

اگر قانون بقای مومنتم را برای المان موردنظر بنویسیم خواهیم داشت:

$$pA-(p+dp)A=\rho uA(u+du-u)$$

بنابراین:

$$-dp=\rho u\,du$$

با جایگزین کردن رابطه اخیر در قانون بقای جرم خواهیم داشت:

$$u\,d\rho+\rho\left(-\frac{dp}{\rho u}\right)=0$$

$$u=\sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

www.20file.org

که از این رابطه سرعت سیال تراکم‌پذیر محاسبه می‌شود بنابراین سرعت صوت را نیز می‌توان از رابطه مذکور به‌دست آورد:

$$\text{سرعت صوت } C=\sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

سرعت صوت از رابطه زیر نیز قابل محاسبه است:

$$\text{سرعت صوت } C=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

که K مدول بالک سیال و ρ دانسیته سیال می‌باشد.

اگر فرآیند عبور موج صوتی از داخل لوله را آدیاباتیک و برگشت‌پذیر در نظر گرفته و سیال را گاز ایده‌آل فرض کنیم خواهیم داشت:

$$pV^{\gamma}=cte \quad \rightarrow \quad p\rho^{-\gamma}=cte$$

با دیفرانسیل‌گیری داریم:

$$\rho^{-\gamma}dp-\gamma\rho^{-\gamma-1}pd\rho=0 \quad \rightarrow \quad dp-\frac{\gamma}{\rho}pd\rho=0$$

$$\frac{dp}{d\rho}=\frac{\gamma p}{\rho}$$

و با جایگذاری رابطه اخیر در معادله $C=\sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$ خواهیم داشت:

$$\text{سرعت صوت در گاز ایده‌آل } C=\sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$$

و از آن‌جا که برای گاز ایده‌آل $\rho=\frac{PM}{RT}$ می‌باشد بنابراین:

$$C=\sqrt{\frac{\gamma P}{\frac{PM}{RT}}}$$

$$\text{سرعت صوت در گاز ایده‌ال } C=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

در جریان سیالات تراکم‌پذیر عدد بی‌بعد ماخ به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$Ma=\frac{\text{سرعت سیال}}{\text{سرعت صوت}}=\frac{V}{C}$$

هر چه ماخ عدد کوچکی شود سیال به حالت تراکم‌ناپذیرتر نزدیک می‌شود به عبارت دیگر اگر عدد ماخ از 0.3 بزرگتر باشد سیال تراکم‌پذیر و اگر عدد ماخ از 0.3 کوچکتر باشد سیال تراکم‌ناپذیر است.

همچنین اگر عدد ماخ از یک بزرگتر باشد جریان را مافوق صوت (Supersonic)و اگر عدد ماخ از یک کوچکتر باشد جریان را مادون صوت (Subsonic) می‌نامیم:

$Ma > 0.3$	سیال تراکم‌پذیر
$Ma < 0.3$	سیال تراکم‌ناپذیر
$Ma > 1$	مافوق صوت (Supersonic)
$Ma < 1$	مادون صوت (Subsonic)

www.20file.org

جریان ایزنتروپیک سیال تراکم‌پذیر در داخل نازل

جریان آدیاباتیک و بدون اصطکاک (ایزنتروپیک) یک جریان ایده‌آل است که در جریان گازهای حقیقی نمی‌توان به آن دست یافت. برای جریان یک بعدی یک گاز ایده‌آل اگر معادله اولر را بنویسیم خواهیم داشت:

$$udu+\frac{dp}{\rho}=0 \quad (I)$$

همچنین قانون پیوستگی بیان می‌کند که:

مقدار ثابت = ρuA

با دیفرانسیل‌گیری از این رابطه داریم (و توجه شود که در این حالت A ثابت نیست)

$$(\rho u)dA+(\rho A)du+(uA)d\rho=0$$

از تقسیم این رابطه بر ρuA خواهیم داشت:

$$\frac{dA}{A}+\frac{du}{u}+\frac{d\rho}{\rho}=0 \quad (II)$$

همچنین گفته شد سرعت صوت از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$C=\sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \quad (III)$$

و بر اساس تعریف عدد ماخ داریم:

$$Ma=\frac{u}{C} \quad (IV)$$

از چهار معادله ذکر شده می‌توان رابطه زیر را به‌دست آورد:

$$\boxed{\frac{dA}{A}=\frac{du}{u}\left(Ma^2-1\right)}$$

از این رابطه نتیجه می‌شود که در یک نازل همگرا $\frac{dA}{A}<0$ می‌باشد. اگر عدد Ma از یک کوچکتر باشدآن‌گاه $\frac{du}{u}>0$ و به عبارت دیگر $du>0$ می‌باشد. پس در یک نازل همگرا که جریان مادون صوت است سرعت افزایش می‌یابد.

نازل همگرا

$$Ma<1 \text{ و } \frac{dA}{A}<0 \rightarrow \frac{du}{u}>0 \rightarrow du>0$$

بالعکس در یک نازل واگرا $\frac{dA}{A}>0$ می‌باشد. اگر عدد Ma از یک بزرگتر باشد آن‌گاه $\frac{du}{u}>0$ و به عبارت دیگر $du>0$ می‌باشد. یعنی در یک نازل واگرا که جریان مافوق صوت است سرعت افزایش می‌یابد.

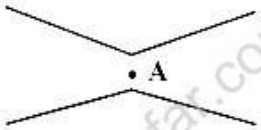
نازل واگرا

www.20file.org

$$Ma>1 \text{ و } \frac{dA}{A}>0 \rightarrow \frac{du}{u}>0 \rightarrow du>0$$

به عبارت دیگر اگر سرعت سیال مادون صوت باشد و بخواهیم سرعت سیال را افزایش دهیم باید سیال از یک کانال همگرا عبور نماید و اگر سرعت سیال مافوق صوت باشد و بخواهیم سرعت سیال را افزایش دهیم سیال باید از یک کانال واگرا عبور کند.

بنابراین تنها روش ایجاد جریان مافوق صوت این است که سیال تراکم‌پذیر از یک کانال همگرا و به‌دنبال آن از یک کانال واگرا عبور کند. تنها جائی که امکان رسیدن به سرعت صوت وجود دارد گلوگاه کانال همگرا ـ واگرا می‌باشد.



نقطه A گلوگاه مجرای همگرا ـ واگرا

اگر در نقطه A سرعت، سرعت صوت باشد پس از آن به سرعت مافوق صوت می‌رسیم ولی اگر در نقطه A به سرعت صوت نرسیم امکان رسیدن به سرعت مافوق صوت پس از A وجود ندارد.

نکته : ماکزیمم شدت جرمی که از یک کانال همگرا ـ واگرا قابل عبور است زمانی است که سرعت سیال در گلوگاه به سرعت صوت برسد.

جریان آدیاباتیک سیال تراکم‌پذیر در داخل لوله:

در این حالت به ازای یک طول مشخصی از لوله که این طول را با L^* مشخص می‌کنیم سرعت در خروجی می‌تواند به سرعت صوت برسد. حداکثر سرعت در یک لوله سرعت صوت است.

اگر طول لوله کمتر از L^* باشد $(L<L^*)$ سیال به سرعت صوت نمی‌رسد و سرعت مادون صوت است. اگر طول لوله بیشتر از L^* باشد $(L>L^*)$ دو حالت اتفاق می‌افتد. اگر جریان مافوق صوت باشد، امواج شوک (و احتمالاً خفگی) و اگر جریان مادون صوت باشد خفگی بوجود می‌آید.

در جریان آدیاباتیک دمای بین دو نقطه با رابطه زیر به یکدیگر مرتبط می‌شوند:

1 • • 2

$$T_2 = T_1 - \left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2C_p} \right)$$

طبق این رابطه اگر در جریان آدیاباتیک سرعت سیال افزایش پیدا کند دمای سیال کاهش می‌یابد. این رابطه به شرطی صحیح است که

۱) هیچ‌کاری روی سیال انجام نشود.

۲) تبادل حرارت وجود نداشته باشد.

۳) لوله افقی باشد.

خفگی chocking : حالتی است که جرم مشخصی که باید جاری گردد، جریان نمی‌یابد بلکه جرم کمتری عبور می‌کند.

www.20file.org

۱ ـ صفحهٔ متحرکی ۱ میلی متر از صفحه‌ای دیگر که ثابت است فاصله دارد و با سرعت 0.25 متر بر ثانیه در حال حرکت است. چنانچه اندازهٔ نیروی لازم بازاء واحد سطح صفحه 4 پاسکال باشد ویسکوزیته سیال بین دو صفحه برابر با چند نیوتن- ثانیه بر متر مربع $(\frac{N.s}{m^2})$ می‌باشد؟

۱) 0.008 ۲) 0.032 ۳) 0.016 ۴) 0.064

۲ ـ دو سیال مخلوط نشدنی با ضخامت کم و برابر روی یک سطح ساکن قرار گرفته‌اند. صفحه‌ای که بر روی سیال بالایی قرار دارد با سرعت u حرکت می‌کند. درصورتی که سرعت در سطح تماس دو سیال $\frac{u}{4}$ باشد ارتباط ویسکوزیته دو سیال کدام است؟ ویسکوزیته سیال بالایی μ_2 می باشد.

۱) $\mu_1 = 3\mu_2$ ۲) $\mu_1 = \frac{\mu_2}{2}$ ۳) $\mu_1 = \frac{\mu_2}{3}$ ۴) $\mu_1 = 2\mu_2$

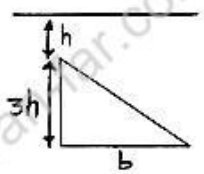
۳ ـ رابطه بین فشار درون یک حباب توخالی و کشش سطحی مایع تشکیل‌دهنده آن چگونه است؟

۱) $P = 2\sigma R$ ۲) $P = 4\sigma R$ ۳) $P = \frac{2\sigma}{R}$ ۴) $P = \frac{4\sigma}{R}$

۴ ـ با افزایش درجه حرارت گرانروی گازها و مایعات از کدامیک از مصادیق ذیل تبعیت می‌نماید:

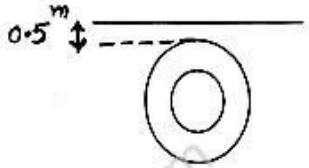
۱) گرانروی مایعات افزایش و گرانروی گازها کاهش می یابد.
۲) گرانروی مایعات کاهش و گرانروی گازها افزایش می‌یابد.
۳) گرانروی درهر دو مورد افزایش می‌یابد.
۴) گرانروی درهر دو مورد کاهش می یابد.

۵ ـ در شکل زیر نیروی وارد بر یک طرف صفحه چقدر است؟



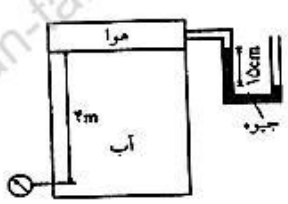
۱) $\frac{2}{3}bh^2\gamma$ ۲) $6bh^2\gamma$ ۳) $\frac{9}{2}bh^2\gamma$ ۴) $9bh^2\gamma$

۶ ـ پلاک زیر به طور قائم داخل آب قرار دارد نیروی وارد بر یک سمت آن بر حسب نیوتن کدام است؟ $(\gamma_{H_2O} = 10kN/m^3)$ $(d_o = 2d_i = 2m)$



۱) 12500π ۲) 11250π ۳) 850π ۴) 10750π

۷ ـ در شکل زیر فشار سنج چه فشاری را نشان می‌دهد؟ (چگالی آب $1000kg/m^3$ و چگالی جیوه $13600kg/m^3$ می‌باشد.)



۱) 0.2 بار نسبی
۲) 0.2 بار مطلق
۳) 0.6 بار نسبی
۴) 0.6 بار مطلق

www.20file.org

۸ ـ چه موقع در یک سیال فشار در یک نقطه در تمامی جهات یکسان خواهد بود:

۱) فقط زمانی که سیال بی اصطکاک است.

۲) فقط زمانی که سیال بی اصطکاک و غیر قابل تراکم باشد.

۳) فقط در حالی که سیال دارای لزجت صفر و بدون حرکت باشد.

۴) زمانی که هیچ لایه سیال نسبت به لایه مجاور حرکت نمی‌کند.

۹ ـ در ظرفی استوانه‌ای به ارتفاع کل 10 Cm حدود 7 Cm آب وجوددارد اگر این ظرف با سرعت زاویه‌ای ω شروع به چرخش کند در چه سرعتی (برحسب rad/sec) آب شروع به بیرون ریختن می‌کند؟ (قطر ظرف = 4 Cm)

۱) 65 ۲) 36 ۳) 40 ۴) 55

۱۰ ـ اسکله‌ای چوبی به ابعاد $4\times2\times1$ متر با چگالی 0.5 تحت نیروئی معادل 400Kgf در آب شناور است عمق غوطه‌وری اسکله چوبی برابر است با:

۱) 0.15 متر ۲) 0.25 متر ۳) 0.55 متر ۴) 0.75متر

۱۱ ـ معادله خط جریان برای سیالی که بردار سرعت آن در نقطه $A(1,1)$ معادل $U = x\,i + 3y\,j$ باشد چیست؟

۱) $y = x^3$ ۲) $y = x^{\frac{1}{3}}$ ۳) $y = (x-1)^3+1$ ۴) $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}+1$

۱۲ ـ برای یک جریان سه‌بعدی مولفه‌های سرعت به قرار زیرند. مولفه سرعت راستای y کدام است؟ (a و b مقادیر ثابتی می‌باشند)

$$\vec{V} = u\,\vec{i} + v\,\vec{j} + w\,\vec{k} \quad , \quad u = ax - y \ , \ v = ? \ , \ w = ax - bz$$

۱) (b-a)y ۲) (a-b)y + f(x,z,t) ۳) (b-a)y + f(x,z,t) ۴) (b-a)y +f(x,y,z,t)

۱۳ ـ آب با توزیع سرعت $V_s = 4\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]\frac{m}{s}$ در لوله‌ای با قطر 10 cm در جریان است اگر دانسیته آب $1000\frac{kg}{m^3}$ باشد، دبی جرمی آب چند $\frac{kg}{hr}$ خواهد بود؟

۱) 565 ۲) 56520 ۳) 15.7 ۴) 5652

۱۴ ـ داخل یک لوله، روغن با دبی $10kg/s$، با سرعت $10m/s$ در امتداد $o\bar{x}$ در صفحهٔ افقی xoy جریان دارد. این جریان بوسیلهٔ یک زانوی 135^0 یک تغییر مسیر در همین صفحه می‌یابد. مقدار مؤلفه های F_y, F_x (قدر مطلق) وارد بر سیال چقدر خواهد بود؟

۱) $F_x = F_y = 30N$ ۲) $F_x = F_y = 70N$ ۳) $F_x = 70N\ , F_y = 30N$ ۴) $F_x = 30N\ , F_y = 70N$

۱۵ ـ کدامیک از عبارات زیر در مورد ضریب تصحیح مومنتوم و ضریب تصحیح انرژی جنبشی صحیح است؟

۱) در جریان در هم ضریب تصحیح مومنتوم $\frac{4}{3}$ و ضریب تصحیح انرژی جنبشی 2 است زیرا توزیع سرعت مسطح است.

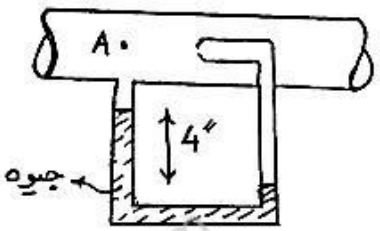
۲) در جریان درهم ضریب تصحیح مومنتوم و ضریب تصحیح انرژی جنبشی نزدیک به 1 می با شند زیرا توزیع سرعت سهموی است.

۳) در جریان ارام ضریب تصحیح مومنتوم برابر $\frac{4}{3}$ و ضریب تصحیح انرژی جنبشی 2 است زیرا توزیع سرعت سهموی است.

۴) در جریان ارام ضریب تصحیح مومنتوم برابر 2 و ضریب تصحیح انرژی جنبشی $\frac{4}{3}$ است زیرا توزیع سرعت سهموی است.

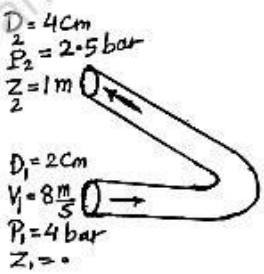
www.20file.org

۱۶ ـ یک برش نفتی در $70^{\circ}F$ از داخل یک لوله که به یک Pitot tube وصل گردیده اختلاف فشاری معادل 4 اینچ جیوه می‌نماید سرعت در نقطه A را حساب نمایید (برای برش نفتی $sp.gr = 0.5$ و برای جیوه 13.6 است).



۱) $24\,ft/s$ ۲) $30\,ft/s$
۳) $12\,ft/s$ ۴) $16\,ft/s$

۱۷ ـ در شکل مقابل افت انرژی در سیال گذرنده از اتصال چند J/kg است؟ اتصال افقی قرار گرفته است.دانسیته سیال $1000\frac{kg}{m^3}$ و فشارها نسبی می باشند.



۱) 120 ۲) 150
۳) 170 ۴) 190

۱۸ ـ کدام عبارت در مورد حرکت سیال نیوتنی در داخل لوله افقی صحیح است؟

۱) توزیع تنش وسرعت هر دو سهمی هستند ۲) توزیع تنش و سرعت هر دو خطی هستند
۳) توزیع تنش سهمی و توزیع سرعت خطی هستند ۴) توزیع تنش برشی خطی بوده و توزیع سرعت سهمی است.

۱۹ ـ توزیع تنش در یک لوله افقی برابر $\tau = 2\mu/r^2$ می‌باشد افت فشار برای واحد طول این لوله مطابق کدام گزینه تغییر می کند؟ (R شعاع لوله می‌باشد)

۱) $\frac{-\Delta P}{L} = 4\mu R^3$ ۲) $\frac{-\Delta P}{L} = 4\mu/R^3$
۳) $\frac{-\Delta P}{L} = 2\mu/R$ ۴) $\frac{-\Delta P}{L} = 2R^3/\mu$

۲۰ ـ هرگاه تنش برشی در دیواره لوله ای به قطر 48inch برابر $14.4\frac{lb_f}{ft^2}$ باشد افت فشار درطول 100 ft از این خط لوله برحسب psi برابر خواهد بود با:

۱) 10 ۲) 20
۳) 5 ۴) 40

۲۱ ـ در حرکت آرام داخل لوله اگر دبی جریان دو برابر شود و سایر پارامترها ثابت باقی بماند تنش مطابق کدام‌یک از پاسخ‌ها تغییر می‌کند؟

۱) تغییر نمی‌کند ۲) چهار برابر می‌شود. ۳) دو برابر می‌شود ۴) نصف می‌شود

۲۲ ـ آب با دبی $6\times10^{-3}\frac{m^3}{sec}$ در داخل یک لوله به قطر 20 میلی متر جریان دارد. اگر آب وارد مقطع بزرگتر به قطر 200 میلی متر شود اتلاف بر حسب متر در اثر این افزایش سطح مقطع چقدر است؟ ($g=10\ m/s^2$, $\pi=3$)

۱) 5 ۲) 10
۳) 15 ۴) 20

www.20file.org

۲۳ ـ رابطه افت انرژی مکانیکی در لوله ای افقی با قطر ثابت زمانی بصورت $h_{fs}=\frac{-\Delta P}{\rho}$ در می آید که جریـان (ΔP = افـت فشـار، ρ = دانسیته سیال)

۱) پایدار و فقط اصطکاک پوسته ای وجود داشته باشد.

۲) پایدار، یک بعدی و فقط اصطکاک پوسته ای وجود داشته باشد.

۳) ناپایدار، آرام و یک بعدی باشد.

۴) آرام و پایدار باشد

۲۴ ـ . جریان روغن با ویسکوزیته $0.5\ \frac{N.S}{m^2}$ دانسیته $1\frac{g}{Cm^2}$ودبی $1.8\ \frac{l}{min}$ از لوله ای به قطر 4 mm مـی گـذرد ضـریب اصـطکاک دراین سیستم با فرض $\varepsilon=0.001mm$ چقدر می باشد؟ ($\pi=3$)

۱) 0.1 ۲) 0.2 ۳) 0.4 ۴) 0.8

۲۵ ـ برای جریان بین دو صفحه موازی با فاصله h که یکی اؤ صفحات با سرعت V حرکت می‌کند توزیع سرعت بـا رابطـه $\frac{u}{V}=\frac{y}{h}$ داده شده است. اگر $Re=\frac{\rho Vh}{\mu}$ باشد ضریب اصطکاک دارسی برابر است با:

۱) $\frac{8}{Re}$ ۲) $\frac{16}{Re}$ ۳) $\frac{32}{Re}$ ۴) $\frac{128}{Re}$

۲۶ ـ لوله ای به قطر ۵ cm و طول ۲ km مفروض است در این لوله سیالی با سـرعت $10\frac{cm}{sec}$ و بـا مشخصـات $p=800\frac{kg}{m^3}$ و $\mu=5CP$ جریان دارد مقدار افت انرژی در این لوله برحسب J/kg چقدر است؟

۱) 2 ۲) 4 ۳) 16 ۴) 8

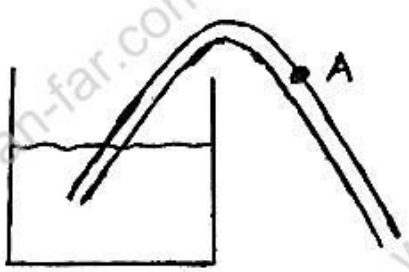
۲۷ ـ دو مخزن بزرگ آب به اختلاف ارتفاع 20m توسط لوله ای به هم متصل هستند. فشار روی مخازن یک اتمسفر است. اگـر قطـر لوله 4 برابر شود، در انصورت سرعت جریان چند برابر خواهد شد؟ ضریب اصطکاک را ثابت فرض کنید.

۱) 2 ۲) 0.5 ۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ۴) $\sqrt{2}$

۲۸ ـ آب در فضای حلقوی بین دو لوله هم مرکز موازی با محور لوله ها در جریان است با فرض درهم بودن جریان در صورتیکه سـرعت متوسط جریان برابر 2 متر بر ثانیه باشد عدد رینولدز جریان چقدر است؟ $\left(\nu=10^{-6}\ m^2/sec, r_0=4cm, r_i=2cm\right)$

۱) 20000 ۲) 40000 ۳) 80000 ۴) 160000

۲۹ ـ آب از یک مخزن توسط شیلنگ مطابق شکل سیفون می‌شود. اگر در نقطه A سوراخی ایجاد شود کدام گزینه صـحیح اسـت؟ (از اصطکاک صرفنظر کنید)



۱) هوا به داخل لوله مکیده می‌شود.

۲) آب از سوراخ به بیرون نشت می‌کند.

۳) بسته به قطر و طول لوله می‌تواند گزینه‌های ۱ و ۲ درست باشند.

۴) محل سوراخ تاثیری در این اتفاق ندارد.

www.20file.org

۳۰ ـ طول معادل از یک لوله به قطر 20 سانتی‌متر و ضریب اصطکاک 0.05 که برابر با یک مجموعه از یک شیر توپی $(K = 12)$، دوزانوئی استاندارد $(K = 1)$ و یک شیر دروازه‌ای $(K = 1)$ باشد چند متر است؟

۱) 120 ۲) 7.5 ۳) 30 ۴) 60

۳۱ ـ یک سیال در درون دو لوله موازی با طول و قطرمساوی (با زبری نسبی $\frac{\varepsilon_1}{d_1} = 0.001$ و $\frac{\varepsilon_2}{d_2} = 0.005$) و با عدد رینولدز $Re = 400$ جریان دارد. کدامیک از شرایط زیر برقرار است؟

۱) افت فشار و دبی جرمی دو لوله یکسان است.

۲) افت فشار و دبی جرمی کل برابر مجموع افت فشار دو لوله و مجموع دبی جرمی لوله هاست.

۳) افت فشار در لوله دوم بیشتر از لوله اول است و دبی جرمی برابر مجموع دبی جرمی خط لوله هاست.

۴) افت فشار دوخط لوله باهم برابر بوده و دبی جرمی کل برابر مجموع دبی جرمی هر یک از لوله هاست.

۳۲ ـ نیروی کشش (Drag) وارده بر یک استوانه ای به بلندی 40m و به قطر 2.5m بر حسب یوتن کدام است؟ سرعت باد در دمای محیط $T = 20^\circ C$ برابر $33.3 m/s$، $\rho_{air} = 1.2 kg/m^3$ و $C_D = 0.6$ می‌باشند.

۱) 39920 ۲) 3992 ۳) 399200 ۴) 1996

۳۳ ـ چگونگی تغییرات ضریب Drag(C_D) با Wake و عدد رینولدز (N_{Re}) مطابق کدامیک از حالات زیر است:

۱) افزایش N_{Re} و کاهش Wake باعث کاهش Drag می شود.

۲) افزایش N_{Re} و کاهش Wake باعث کاهش ضریب Drag می شود.

۳) افزایش N_{Re} باعث افزایش ضریب Drag می‌شود.

۴) افزایش N_{Re} و افزایش Wake باعث کاهش ضریب Drag می‌شود.

۳۴ ـ یک کره به قطر 2ft در آب حرکت می‌نماید. اگر نیروی دراگ (Drag) وارد بر کره یک پوند نیرو باشد ضریب دراگ بر حسب سرعت کره (V) به کدامیک از اعداد زیر نزدیکتر است؟

۱) $\frac{1}{800\pi V^2}$ ۲) $\frac{1}{25\pi V^2}$ ۳) $\frac{1}{320\pi V^2}$ ۴) $\frac{1}{\pi V^2}$

۳۵ ـ بستری با ارتفاع 10ft حاوی ذراتی با چگالی 3 و تخلخل 0.5 به وسیله آب سیال شده است افت فشار تقریباً چند $\frac{lb_f}{ft^2}$ است؟

۱) 312 ۲) 624 ۳) 10 ۴) 156

۳۶ ـ ضریب تخلخل یک بستر ثابت 0.4 است. اگر سرعت گاز ورودی را افزایش دهیم تا بستر به حالت سیالیت برسد و ارتفاع آن 100 درصد افزایش یابد، ضریب تخلخل دراین حالت کدام است؟

۱) 0.6 ۲) 0.7 ۳) 0.8 ۴) 0.9

۳۷ ـ 12 کیلوگرم دانه‌های گندم در یک بستر استوانه‌ای سیال داده شده است. سرعت سیال $10 \frac{m}{s}$، دانسیته سیال $1.1 \frac{kg}{m^3}$ و قطر استوانه 20cm است. افت فشار بستر را تخمین بزنید. $(g = 10 m/s^2, \pi = 3)$

۱) 4000 Pa ۲) 2000 Pa ۳) 8000 Pa ۴) 12000 Pa

www.20file.org

۳۸ ـ پمپی روغنی به چگالی نسبی (S) را با راندمان 50% و شدت جریان 10lit/s به ارتفاع 50متر پمپاژ می‌کند اگر توان موتور پمپ (توان کل) 8 Kw باشد چگالی نسبی سیال چقدر است؟

۱) 0.7 ۲) 1.6 ۳) 0.8 ۴) 1.4

۳۹ ـ پمپی در بالای تانک آب به فاصله 10 متر تعبیه شده است. فشار تانک برابر 150کیلوپاسکال می باشد. اگر فشار بخار آب 30 کیلوپاسکال، تلفات بخش مکش 20 کیلوپاسکال و سرعت سیال در ورود به پمپ 4m/s باشد مقدار NPSH بر حسب متر برابر خواهد بود با:

۱) صفر ۲) 20 ۳) 0.8 ۴) 3

۴۰ ـ عدد بدون بعد با ترکیب پارامترهای افت فشار ΔP ، قطر D ، چگالی ρ ، سرعت دورانی ω و دبی عبوری Q برابر است با:

۱) $\frac{\rho.\Delta P}{D^2\omega^2}$ ۲) $\frac{\rho\omega^2}{D^2\Delta P}$ ۳) $\frac{\omega^2\Delta P}{D^2\rho}$ ۴) $\frac{\Delta P}{\rho\omega^2D^2}$

www.20file.org

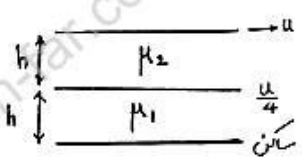
حل سؤالات مکانیک سیالات مهندسی شیمی (۴۰ سؤال)

۱ ـ گزینه ۳ درست است.

$$\tau = \mu\frac{\Delta V}{\Delta y} \rightarrow \frac{F}{A} = \mu\frac{\Delta V}{\Delta y} \rightarrow 4 = \mu\frac{0.25}{10^{-3}}$$

$$\mu = \frac{4\times10^{-3}}{0.25} = 0.016\ \frac{kg}{m.s}$$

۲ ـ گزینه ۱ درست است.



$$\mu_1\left(\frac{\Delta V}{\Delta y}\right)_1 = \mu_2\left(\frac{\Delta V}{\Delta y}\right)_2 \rightarrow \mu_1\frac{\frac{u}{4}}{h} = \mu_2\frac{\left(u-\frac{u}{4}\right)}{h}$$

$$\mu_1 = 3\mu_2$$

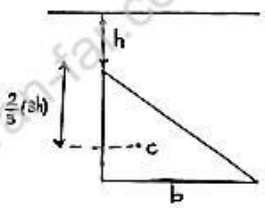
۳ ـ گزینه ۴ درست است.

$p = \frac{4\sigma}{R}$: برای حباب

$p = \frac{2\sigma}{R}$: برای قطره

۴ ـ گزینه ۲ درست است.

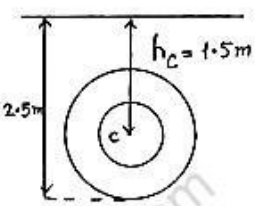
۵ ـ گزینه ۳ درست است.



$$P = \gamma h_c A = P_c A$$

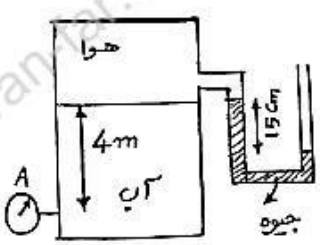
$$P = \gamma\left(h+\frac{2}{3}\times3h\right)\left(\frac{1}{2}\times3h\times b\right) = \gamma(3h)\left(\frac{3}{2}bh\right) = \frac{9}{2}\gamma bh^2$$

۶ ـ گزینه ۲ درست است.



$$F = \gamma h_c A = \gamma(1.5)\frac{\pi\left(2^2-1^2\right)}{4} = \frac{4.5\pi\gamma}{4} = 11250\ \pi$$

۷ ـ گزینه ۱ درست است.



$$P_A - (1000\times10\times4) + (13600\times10\times0.15) = P_B$$

$$P_A - \frac{40000}{100000} + \left(\frac{136000\times0.15}{100000}\right) = P_B$$

$$P_A - 0.4 + 0.2 = P_B$$

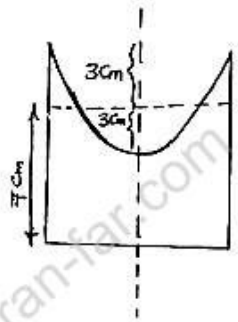
$$P_A = P_B + 0.2$$

www.20file.org

$$\begin{cases} P_B = 0 \text{ barg} \rightarrow P_A = 0.2 \text{ barg} \\ P_B = 1 \text{ bara} \rightarrow P_A = 1.2 \text{ bara} \end{cases}$$

۸ ـ گزینه ۴ درست است.

۹ ـ گزینه ۴ درست است.



وقتی سیال در آستانه ریزش قرار گیرد باید عمق سهمی $(2\times3=6\text{ cm})$ باشد. پس:

$$Z_0 = \frac{R^2\omega^2}{2g} \Rightarrow 6\times10^{-2} = \frac{\left(2\times10^{-2}\right)^2\omega^2}{20}$$

$$\rightarrow \omega^2 = \frac{2\times6\times10^{-1}}{4\times10^{-4}} = 3\times10^3 \rightarrow \omega = 55\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

۱۰ ـ گزینه ۳ درست است.

اگر موازنه نیروها را بنویسیم، خواهیم داشت:

$$(400\times10)+W=F_B$$

$$4000+(4\times2\times1\times500\times10)=(10000\times4\times2\times x) \rightarrow x=0.55\,\text{m}$$

۱۱ ـ گزینه ۱ درست است.

$$\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v} \rightarrow \frac{dx}{x}=\frac{dy}{3y}$$

$$\ln x=\frac{1}{3}\ln y+\ln C_1 \rightarrow \ln x^3=\ln y+\ln C$$

$$x=1\ ,\ y=1 \rightarrow 1=C\times1 \rightarrow C=1 \rightarrow y=x^3$$

۱۲ ـ گزینه ۳ درست است.

چون سیال تراکم‌ناپذیر است پس:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad (1)$$

$$a+\frac{\partial v}{\partial y}+(-b)=0 \rightarrow dv=(b-a)dy \rightarrow v=(b-a)y+f(x,z,t)$$

توجه: چون رابطه (۱) هم در جریان پایدار و هم در جریان ناپایدار برای سیال تراکم ناپذیر درست می‌باشد و در صورت مسئله تراکم‌پذیر بودن یا نبودن قید نشده است پس تابعیت زمان نیز در نظر گرفته شده است.

۱۳ ـ گزینه ۲ درست است.

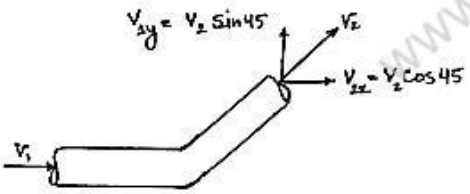
$$\dot{m}=\rho\bar{V}A \ ,\ \bar{V}=\frac{1}{2}V_{max}=\frac{4}{2}=2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\dot{m}=1000\times2\times\frac{\pi}{4}(0.1)^2=5\pi=15.7\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\dot{m}=3600\times15.7=56520\,\frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

www.20file.org

۱۴ ـ گزینه ۴ درست است.



$$\sum f_x = \dot{m}(V_{2x} - V_{1x}) \quad , \quad \sin 45 = \cos 45 = 0.707$$
$$\sum f_x = \dot{m}(V_2 \times 0.7 - V_1) \quad , \quad V_{2y} = V_2 \sin 45$$

$$\sum f_x = 10(7-10) = -30 \rightarrow \left|\sum f_x\right| = 30 \text{ N}$$
$$\sum f_y = \dot{m}(V_{2y} - V_{1y}) = 10(V_2 \sin 45 - 0)$$
$$\sum f_y = 10(10 \times 0.7) \rightarrow \sum f_y = 70 \text{ N}$$

۱۵ ـ گزینه ۳ درست است.

در جریان آرام : $\beta = \frac{4}{3}$, $\alpha = 2$

در جریان درهم : $\beta = 1$, $\alpha \simeq 1$

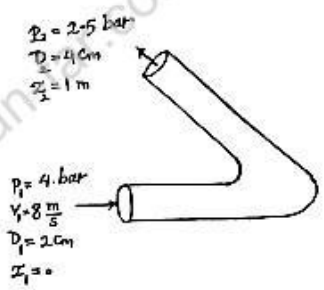
۱۶ ـ گزینه ۱ درست است.

$$V = \sqrt{2Rg\left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right)}$$
$$V = \sqrt{2 \times \frac{4}{12} \times 32.2\left(\frac{13.6}{0.5} - 1\right)} = 23.7 \frac{\text{ft}}{\text{s}}$$

۱۷ ـ گزینه ۳ درست است.

برای پیدا کردن اتلاف قانون برنولی رابین مقطع ورودی و خروجی می‌نویسیم:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + h_f$$



$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \rightarrow 8 \times (2)^2 = V_2 \times (4)^2 \rightarrow V_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال در معادله برنولی قرار می‌دهیم:

$$\frac{400000}{1000} + \frac{64}{2} + 0 = \frac{250000}{1000} + \frac{4}{2} + 10 + h_f$$
$$400 + 32 = 250 + 12 + h_f \rightarrow h_f = 170 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

۱۸ ـ گزینه ۴ درست است.

۱۹ ـ گزینه ۲ درست است.

$$\tau_w = \frac{-\Delta P}{L} \cdot \frac{R}{2} \rightarrow \frac{2\mu}{R^2} = \frac{-\Delta P}{L} \cdot \frac{R}{2}$$

www.20file.org

$$\frac{-\Delta P}{L}=\frac{4\mu}{R^3}$$

۲۰ ـ گزینه ۱ درست است.

$$\tau_w=\frac{-\Delta P}{L}.\frac{D}{4}$$

$$14.4.\frac{lb_f}{ft^2}\times 1\frac{ft^2}{144in^2}=\frac{(-\Delta P)}{100}\times\frac{\left(\frac{48}{12}\right)}{4}\quad\rightarrow\quad -\Delta P=10\ Psi$$

۲۱ ـ گزینه ۳ درست است.

در جریان آرام، چنانچه با ثابت ماندن سایر پارامترها دبی را دو برابر کنیم افت فشار نیز دو برابر خواهد شد. لذا خواهیم داشت:

$\tau=\frac{-\Delta P}{L}.\frac{r}{2}\rightarrow\tau\propto\frac{-\Delta P}{L}\rightarrow$ تنش نیز دو برابر خواهد شد.

۲۲ ـ گزینه ۴ درست است.

$$Q=VA\quad\rightarrow\quad 6\times10^{-3}=V\times\pi(0.01)^2\quad\rightarrow\quad 6\times10^{-3}=3\times10^{-4}V$$

$V=20\frac{m}{s}$ (سرعت در سطح مقطع کوچک‌تر)

$$h_f=k\frac{V^2}{2g}=1\times\frac{20^2}{20}=20\ m$$

۲۳ ـ گزینه ۲ درست است.

۲۴ ـ گزینه ۴ درست است.

$$Re=\frac{\rho VD}{\mu}=\frac{\rho\left(\frac{4Q}{\pi D^2}\right)D}{\mu}=\frac{4\rho Q}{\pi D\mu}$$

$$Re=\frac{4\times10^3\times\frac{1.8\times10^{-3}}{60}}{3\times\left(4\times10^{-3}\right)\times(0.5)}=20\quad\rightarrow\quad\text{جریان آرام}$$

$$f=\frac{16}{Re}=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}=0.8$$

۲۵ ـ گزینه ۳ درست است.

$$\frac{u}{V}=\frac{y}{B}\quad\rightarrow\quad\tau=\mu\frac{\partial u}{\partial y}=\mu\frac{V}{B}$$

$$f=\frac{\tau_w}{\left(\frac{\rho\bar{V}^2}{2}\right)}=\frac{\mu\frac{V}{B}}{\rho\frac{\left(\frac{V}{2}\right)^2}{2}}=\frac{\mu\frac{V}{B}}{P\frac{V^2}{8}}=\frac{8\mu}{\rho VB}=\frac{8}{Re}$$

عدد به دست آمده ضریب اصطکاک فانینگ می‌باشد. پس:

$$f_{darcy}=\frac{32}{Re}$$

www.20file.org

۲۶ ـ گزینه ۳ درست است.

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} = \frac{\left(8\times10^{2}\right)\times\left(10\times10^{-2}\right)\times\left(5\times10^{-2}\right)}{\left(5\times10^{-2}\right)\times10^{-1}} = 800$$

$$f = \frac{16}{Re} = \frac{16}{8\times10^{2}} = 0.02$$

$$h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{u^2}{2} = 4\times2\times10^{-2}\times\frac{2\times10^{3}}{5\times10^{-2}}\times\frac{10^{-2}}{2} = 16\ \frac{J}{kg}$$

۲۷ ـ گزینه ۱ درست است.

اگر رابطه برنولی رابین نقاط ۱ و ۲ واقع در سطح آزاد سیال در مخازن ۱ و ۲ بنویسیم خواهیم داشت:

$$V_1 = V_2 = 0 \quad , \quad P_1 = P_2 = 0$$

$$\Delta z = h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

چون h_f ، f و L ثابت می‌باشند $V \propto \sqrt{D}$ است یعنی با 4 برابر قطر لوله سرعت 2 برابر خواهد شد.

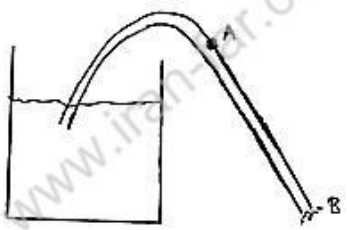
۲۸ ـ گزینه ۳ درست است.

$$D_o = 2r_o = 8cm \ , \ D_i = 2r_i = 4cm$$

$$D_H = D_o - D_i = 8 - 4 = 4cm$$

$$Re = \frac{\rho u D_H}{\mu} = \frac{u D_H}{\nu} = \frac{2\times4\times10^{-2}}{10^{-6}} = 8\times10^{4} = 80000$$

۲۹ ـ گزینه ۱ درست است.



اگر بین A و B برنولی بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\frac{P_A}{\rho} + \frac{V_A^2}{2} + gZ_A = \frac{P_B}{\rho} + \frac{V_B^2}{2} + gZ_B$$

$$P_B = 0 \quad , \quad Z_B = 0 \quad , \quad V_A = V_B \quad \rightarrow \quad \frac{P_A}{\rho} + gZ_A = 0 \quad \rightarrow \quad P_A = -\rho g Z_A$$

یعنی در نقطه A فشار منفی بوده و هوا به داخل مکیده می‌شود.

۳۰ ـ گزینه ۴ درست است.

$$\sum k = 12 + (2\times1) + 1 = 15$$

$$L_e = \frac{\sum k.D}{4f} = \frac{15\times0.2}{4\times0.05} = 15m$$

که در گزینه‌ها نمی‌باشد. لذا ضریب اصطکاک داده شده f_{darcy} بوده و خواهیم داشت:

www.20file.org

$$L_e = \frac{\sum k.D}{f_{darcy}} = \frac{15\times 0.2}{0.05} = 60\,m$$

۳۱ ـ گزینه ۴ درست است.

۳۲ ـ گزینه ۱ درست است.

$$F_D = C_D A_P \frac{\rho u^2}{2} = 0.6\times(40\times 2.5)\times\frac{1.2\times(33.3)^2}{2}$$

$$F_D = 39920\,N$$

۳۳ ـ گزینه ۴ درست است.

۳۴ ـ گزینه ۴ درست است.

$$F_D = C_D A_P \frac{\rho V^2}{2g_C} \rightarrow C_D = \frac{2F_D g_C}{A_P \rho V^2}$$

$$C_D = \frac{2\times 1\times 32.2}{\pi(1)^2\times 62.4\times V^2} \rightarrow C_D = \frac{64.4}{62.4}\frac{1}{\pi V^2}$$

اگر نسبت $\frac{64.4}{62.4}$ را تقریباً یک فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$C_D = \frac{1}{\pi V^2}$$

۳۵ ـ گزینه ۲ درست است.

$$-\Delta P = \frac{g}{g_c} L(\rho_s - \rho)(1-\varepsilon)$$

$$-\Delta P = 1\times 10\times(3-1)\times 62.4\times 0.5 \rightarrow -\Delta P = 624\frac{lb_f}{ft^2}$$

۳۶ ـ گزینه ۲ درست است.

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{1-\varepsilon_1}{1-\varepsilon_2} \rightarrow 2 = \frac{1-0.4}{1-\varepsilon_2}$$

$$2 - 2\varepsilon_2 = 0.6 \rightarrow 2\varepsilon_2 = 1.4 \rightarrow \varepsilon_2 = 0.7$$

۳۷ ـ گزینه ۱ درست است.

$$\Delta P = \frac{F}{A} = \frac{W}{A} = \frac{mg}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)} = \frac{12\times 10}{\pi\times\frac{(0.2)^2}{4}} = 4000\,Pa$$

۳۸ ـ گزینه ۳ درست است.

$$\text{توان کلی} = \frac{\rho g H Q}{\eta} \rightarrow 8000 = \frac{\rho\times 10\times 50\times(10^{-2})}{0.5}$$

$$\rightarrow \rho = 800\frac{kg}{m^3} \rightarrow S = 0.8$$

www.20file.org

۳۹ ـ گزینه ۳ درست است.

$$NPSHA = \left(\frac{P - P_v}{\rho g}\right) - z - h_f + \frac{V^2}{zg}$$

$$NPSHA = \left[\frac{(150-30)\times 10^3}{1000\times 10}\right] - 10 - \frac{20000}{1000\times 10} + \frac{16}{20}$$

$$NPSH = 12 - 10 - 2 + 0.8 = 0.8\,m$$

۴۰ ـ گزینه ۴ درست است.

$\rho : ML^{-3}$ ، $\omega : T^{-1}$ ، $D : L$ ، $\Delta P : ML^{-1}T^{-2}$

$$\left[\frac{\rho \Delta P}{D^2 \omega^2}\right] = M^2 L^{-6}$$

$$\left[\frac{\rho \omega^2}{\Delta P D^2}\right] = L^{-4}$$

$$\left[\frac{\Delta P \omega^2}{\rho D^2}\right] = T^{-4}$$

$$\left[\frac{\Delta P}{\rho \omega^2 D^2}\right] = \text{بی بعد}$$

www.20file.org