

سری سوال: یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی شهرسازی ۱۱۱۱۳۷۴

۱- معادله  $(x^2 - y^2)dx + xydy = 0$

۱. جداشدنی است.      ۲. همگن است.      ۳. کامل است.      ۴. هیچکدام

۲- عامل انتگرال ساز معادله  $dx - (x^2 + x)dy = 0$  عبارت است از

۱.  $x^2$       ۲.  $x$       ۳.  $\frac{1}{x}$       ۴.  $\frac{1}{x^2}$

۳- جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $y^2 dx + ydx - xdy = 0$  عبارت است از

۱.  $\frac{x}{y} = -x + c$       ۲.  $\frac{x}{y} = x + c$       ۳.  $\frac{y}{x} = -x + c$       ۴.  $\frac{y}{x} = x + c$

۴- جواب عمومی معادله  $y = xy' + (y')^2$  کدام گزینه است؟

۱.  $y = cx + c^2$       ۲.  $y = cx + c$       ۳.  $y = cx$       ۴.  $y = c$

۵- جواب عمومی معادله  $xy'' = y'$  عبارت است از

۱.  $y = \frac{1}{2}c_1x^2 + c_2$       ۲.  $y = c_1x^2 + c_2$       ۳.  $y = cx^2$       ۴.  $y = \frac{1}{2}cx^2$

۶- ریشه های معادله کمکی معادله دیفرانسیل  $y''' + 2y'' - y' - 2y = 0$  کدام گزینه است؟

۱.  $-۱, ۲, ۱$       ۲.  $۰, -۱, ۲$       ۳.  $۱, -۲, -۱$       ۴.  $۱, ۲$

۷- جواب عمومی معادله  $x^2y'' + xy' - y = 0$  عبارت است از

۱.  $y = c_1e^x + c_2e^{-x}$       ۲.  $y = c_1e^x + c_2xe^x$       ۳.  $y = c_1x + c_2x \ln x$       ۴.  $y = c_1x + c_2x^{-1}$

۸- جواب خصوصی معادله  $y'' - 5y' + 6y = 3e^x$  عبارت است از

۱.  $y_p = 3e^x$       ۲.  $y_p = 2e^x$       ۳.  $y_p = \frac{2}{3}e^x$       ۴.  $y_p = \frac{3}{2}e^x$

۹- شکل جواب خصوصی معادله  $y'' - 5y' + 6y = 1 + x$  کدام گزینه است؟

۱.  $y_p = Ax + B$       ۲.  $y_p = x(Ax + B)$       ۳.  $y_p = Ax$       ۴.  $y_p = Ax^2$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

سری سوال: ۱: یک

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی شهرسازی ۱۱۱۱۳۷۴

۱۰- نقاط منفرد معادله  $x^3(x^2 - 1)y'' + x(x+1)y' + (x-1)y = 0$  کدام گزینه است؟

۱. ۱، ۰، -۱      ۲. -۱، ۱      ۳. ۰، ۱      ۴. -۱، ۰

۱۱-  $x=0$  برای معادله  $y'' + xy = 0$  چه نوع نقطه ای است؟

۱. منفرد      ۲. معمولی      ۳. منفرد منظم      ۴. منفرد نامنظم

۱۲- تعداد و نوع نقاط منفرد معادله  $(x+1)y'' + \frac{1}{x}y' - 2y = 0$  کدام گزینه است؟

۱. یک نقطه منفرد منظم و یک نقطه منفرد نامنظم      ۲. دو نقطه منفرد منظم  
۳. دو نقطه منفرد نامنظم      ۴. نقطه منفرد ندارد

۱۳- کدام گزینه نادرست است؟

۱.  $\Gamma(1) = 1$       ۲.  $\Gamma(n+1) = n!$       ۳.  $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$       ۴.  $\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = -\sqrt{\pi}$

۱۴- تابع بسل  $J_n(x)$  در هر بازه به طول  $\pi$ ،

۱. یک صفر دارد.      ۲. بینهایت صفر دارد.      ۳. صفر ندارد.      ۴. ۱ صفر دارد.

۱۵- کدام گزینه درست است؟

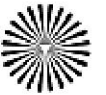
۱.  $\frac{d}{dx}[x^\alpha J_\alpha(x)] = x^\alpha J_{\alpha-1}(x)$       ۲.  $\frac{d}{dx}[x^\alpha J_\alpha(x)] = x^{\alpha-1} J_{\alpha-1}(x)$   
۳.  $\frac{d}{dx}[x^\alpha J_\alpha(x)] = x^{\alpha-1} J_\alpha(x)$       ۴.  $\frac{d}{dx}[x^\alpha J_\alpha(x)] = x^{\alpha-1} J_{\alpha+1}(x)$

۱۶- کدام گزینه درست است؟

۱.  $L(1) = 1$       ۲.  $L(1) = s$       ۳.  $L(1) = \frac{1}{s}$       ۴.  $L(1) = \frac{1}{s^2}$

۱۷- فرض کنید  $F(s) = L[f(x)]$  آنگاه

۱.  $L[xf(x)] = -sF'(s)$       ۲.  $L[xf(x)] = -sF(s)$   
۳.  $L[xf(x)] = \frac{1}{s}F(s)$       ۴.  $L[xf(x)] = -F'(s)$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

سری سوال: ۱ یک

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی شهرسازی ۱۱۱۳۷۴

۱۸-  $L\left[x^{\frac{1}{2}}\right]$  برابر کدام گزینه است؟

۴.  $\frac{\pi}{s}$

۳.  $\frac{\pi}{\sqrt{s}}$

۲.  $\sqrt{\frac{\pi}{s}}$

۱.  $\frac{\sqrt{\pi}}{s}$

۱۹- تبدیل لاپلاس  $f(x) = e^{-2x}x^5$  کدام گزینه است؟

۴.  $\frac{5!}{(s-2)^6}$

۳.  $\frac{6!}{(s-2)^5}$

۲.  $\frac{6!}{(s+2)^5}$

۱.  $\frac{5!}{(s+2)^6}$

۲۰- با بکار بردن کنولوسیون، تبدیل معکوس تابع  $H(s) = \frac{a}{s^2(s^2+a^2)}$  عبارت است از

۴.  $h(x) = x * \cos ax$

۳.  $h(x) = x^2 * \cos ax$

۲.  $h(x) = x^2 * \sin ax$

۱.  $h(x) = x * \sin ax$

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- معادله دیفرانسیل  $y(x+y+1)dx + x(x+3y+2)dy = 0$  را حل کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- جواب عمومی معادله  $x^2y'' = 2xy' + (y')^2$  را بدست آورید

۱.۴۰ نمره

۳- جواب سری تیلر معادله  $y'' + (x-1)^2y' - 4(x-1)y = 0$  را در اطراف نقطه  $x=1$  پیدا کنید.

۱.۴۰ نمره

۴- معادله دیفرانسیل  $x^2y'' + 4xy' + 2y = x$  را حل کنید

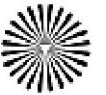
۱.۴۰ نمره

۵- با استفاده از تبدیل لاپلاس مسأله زیر را حل کنید

$$y'' - 4y' + 4y = 4 \cos 2x$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 5$$

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت كليد
1	ب	عادي
2	د	عادي
3	الف	عادي
4	الف	عادي
5	الف	عادي
6	ج	عادي
7	د	عادي
8	د	عادي
9	الف	عادي
10	الف	عادي
11	ب	عادي
12	ب	عادي
13	د	عادي
14	الف	عادي
15	الف	عادي
16	ج	عادي
17	د	عادي
18	ب	عادي
19	الف	عادي
20	الف	عادي



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی شهرسازی ۱۱۱۱۳۷۴

سری سوال: یک ۱

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

$$M = xy + y^2 + y \Rightarrow \frac{\partial M}{\partial y} = x + 2y + 1 \quad -1$$

جواب:

$$N = x^2 + 3xy + 2x \Rightarrow \frac{\partial N}{\partial x} = 2x + 3y + 2$$

$$\rho(y) = \frac{1}{-M} \left( \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} \right) = \frac{1}{-y(x+y+1)} (-x-y-1) = \frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow \mu = e^{\int \frac{1}{y} dx} = e^{\ln y} = y$$

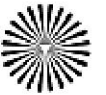
پس  $y^2(x+y+1)dx + xy(x+3y+2)dy = 0$  کامل است. بنابر این

$$\frac{\partial f}{\partial x} = M = y^2x + y^3 + y^2 \quad \text{و} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = N = x^2y + 3xy^2 + 2xy$$

$$f = \frac{1}{2}x^2y^2 + xy^3 + xy^2 + \varphi(y)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} = x^2y + 3xy^2 + 2xy + \varphi'(y) \Rightarrow \varphi'(y) = 0$$

$$\varphi(y) = c_1 \quad \text{و} \quad \frac{1}{2}x^2y^2 + xy^3 + xy^2 + c_1 = c$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

سری سوال: ۱ یک

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی شهرسازی ۱۱۱۱۳۷۴

۲- فاقد  $y$

۱.۴۰ نمره

$$x^2 \frac{dp}{dx} = 2xp + p^2$$

معادله بالا همگن می باشد، پس:

$$dp = v dx + x dv, p = vx$$

$$x^2 \frac{v dx + x dv}{dx} = 2xvx + v^2 x^2$$

$$v + x \frac{dv}{dx} = 2v + v^2 \Rightarrow x \frac{dv}{dx} = v + v^2$$

$$\Rightarrow \int \frac{dv}{v(1+v)} = \int \frac{dx}{x} \Rightarrow \int \frac{1}{v} dv - \int \frac{1}{1+v} dv = \int \frac{dx}{x}$$

$$\ln v - \ln(1+v) = \ln x + \ln c_1$$

$$\frac{v}{1+v} = c_1 x \Rightarrow \frac{\frac{p}{x}}{1 + \frac{p}{x}} = c_1 x \Rightarrow \frac{p}{p+x} = c_1 x$$

$$p = c_1 px + c_1 x^2 \Rightarrow p(1 - c_1 x) = c_1 x^2$$

$$p = \frac{c_1 x^2}{1 - c_1 x} \Rightarrow \int dy = \int \frac{c_1 x^2}{1 - c_1 x} dx$$

$$y = -\frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{c_1} x - \frac{1}{c_1^2} \ln|1 - c_1 x| + c_2$$

۱.۴۰ نمره

۳- مثال صفحه ۱۲۲ منبع

۱.۴۰ نمره

۴-

۱.۴۰ نمره

۵-

$$L[y'' - 4y' + 4y] = L[4 \cos 2x] \Rightarrow$$

$$s^2 L[y] - s y(0) - y'(0) - 4s L[y] + 4y(0) + 4L[y] = 4 \frac{s}{s^2 + 4} \Rightarrow$$

$$L[y] = \frac{-1}{s^2 + 4} + \frac{1}{(s-2)^2} + \frac{5}{(s-2)^2}$$

$$\Rightarrow y(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x + 6xe^{2x}$$