

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۷۵ - ، آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۴۱۴ - ، علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  باشد و  $rank(A) < n$ ، کدام گزینه صحیح است؟

۱. دستگاه  $AX = b$  بی نهایت جواب دارد.
۲. دستگاه  $AX = b$  جواب یکتا دارد.
۳. تعداد ستونهای مستقل خطی ماتریس  $A$  برابر  $n$  است.
۴. تعداد سطرهای مستقل خطی ماتریس  $A$  کمتر از  $n$  است.

۲- کدام گزینه صحیح است؟

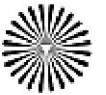
۱. اگر ماتریس  $A$  معین مثبت باشد، نامنفرد است.
۲. اگر ماتریس  $A$  قطری غالب باشد، نامنفرد است.
۳. اگر ماتریس  $A$  متعامد باشد، منفرد است.
۴. هر ماتریس مربعی بادو سطر یکسان نامنفرد است.

۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & -1 \\ -2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$  باشد کدام گزینه صحیح است؟

۱.  $\|A^T\|_1 - \|A\|_\infty = 0$
۲.  $\|A\|_\infty = 8$
۳.  $\|A\|_1 = 10$
۴.  $\|A^T\|_1 = 0$

۴- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. مجموع دو ماتریس متقارن هم مرتبه متقارن نیست.
۲. اگر  $A$  یک ماتریس غیرصفر باشد آنگاه  $tr(AA^t) > 0$
۳. عناصر قطری یک ماتریس پادمتقارن مثبت هستند.
۴. در هر نرم طبیعی رابطه ی  $\rho(A) > \|A\|$  برقرار است.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴

۵- کدام یک از گزینه ها در مورد تجزیه مثلثی یک ماتریس، صحیح است؟

۱. در تجزیه چولسکی مقادیر قطری ماتریس های  $L, U$  باهم برابر و غیریک اند.
۲. در تجزیه دولیتل مقادیر قطری ماتریس  $U$  یک است.
۳. در تجزیه کروت مقادیر قطری ماتریس  $L$  یک است.
۴. در تجزیه دولیتل مقادیر قطری ماتریس  $L$  یک است.

۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$  و  $\|A^{-1}\|_{\infty} = 408$  باشد، عدد شرطی ماتریس  $A$  کدام است؟

۱. ۱
۲.  $\frac{1}{12}$
۳. ۷۴۸
۴.  $\frac{1}{408}$

۷- در روش تکراری گاوس-سایدل به صورت  $X^{(k)} = BX^{(k-1)} + C$  برای حل دستگاه معادلات خطی  $AX = b$ ، ماتریس های  $B, C$  از کدام رابطه زیر بدست می آیند؟

۱.  $B = (L + U)^{-1}D, C = -(L + D)^{-1}b$
۲.  $B = (L + D)^{-1}b, C = -(L + D)^{-1}U$
۳.  $B = -(L + D)^{-1}b, C = (L + D)^{-1}U$
۴.  $B = -(L + D)^{-1}U, C = (L + D)^{-1}b$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴

۸- مقدار بهینه تقریبی پارامتر  $\omega$  در تسریع همگرایی روش  $SOR$ ، برای ماتریس سه قطری و معین مثبت

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

کدام گزینه است؟

۱. 1.24      ۲. 0.81      ۳. 0.625      ۴. 2

۹- اگر مقادیر ویژه ماتریس  $A_{2 \times 2}$ ،  $4, -1$  باشند، ماتریس  $A$  در کدام رابطه زیر صدق می کند؟

۱.  $A^2 - 3A = 4I$       ۲.  $A^2 - 5A = 4I$

۳.  $A^2 - 5A + 4I = 0$       ۴.  $A^2 + 3A + 4I = 0$

۱۰- کدام گزینه صحیح است؟

۱. مربع مقادیر ویژه هر ماتریس متعامد، یک است.

۲. برای هر ماتریس، بردارهای ویژه نظیر مقادیر ویژه متمایز، متعامدند.

۳. مقادیر ویژه ماتریس های  $A$  و  $A^{-1}$  یکسان هستند.

۴. مقادیر ویژه یک ماتریس معین مثبت، موهومی اند.

۱۱- در مورد شعاع طیفی ماتریس  $A$  کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر  $A$  ماتریسی متقارن باشد آنگاه  $\rho(A) = \|A\|_2^2$

۲.  $\rho(A) \leq \|A\|_\infty$

۳. اگر  $A$  ماتریسی متقارن و معین نامنفی باشد آنگاه  $\rho(A) = \min_{\|X\|_2=1} X^t A X$

۴.  $\rho(A^t A) = \|A\|_2$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴

۱۲- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$  مقدار  $\frac{\rho(A)}{\rho(A^{-1})}$  برابر کدام گزینه است؟

۱. -1      ۲. 1      ۳. -6      ۴. 6

۱۳- با استفاده از روش کریلف چند جمله ای مشخصه ی ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$  با انتخاب  $Y^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  کدام است؟

۱. بردار اولیه ی  $Y^{(0)}$  مناسب انتخاب نشده است.

۲.  $p(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda + 3$

۴.  $p(\lambda) = \lambda^2 + 2\lambda + 3$

۳.  $p(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda - 3$

۱۴- کدام یک از روش های زیر برای تعیین چند جمله ای مشخصه یک ماتریس، بر مبنای روابط نیوتن برای حاصل جمع توان های مختلف ریشه های یک معادله جبری عمل می کند؟

۱. روش کریلف      ۲. روش ضرایب نامعین      ۳. روش لوییر      ۴. روش توانی

۱۵- با انتخاب  $Y^{(0)} = (1, 1)^t$ ، بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  از نظر قدر مطلق و بعد از دو تکرار از روش

توانی کدام است؟

۱.  $\frac{13}{5}$       ۲. 3      ۳.  $\frac{19}{5}$       ۴. 5

۱۶- اگر  $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_n|$  مقادیر ویژه ماتریس  $A$  باشند، سرعت همگرایی روش توانی برای تعیین بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A^5$  به چه عاملی بستگی دارد؟

۱.  $|\frac{\lambda_1}{\lambda_2}|$       ۲.  $|\frac{\lambda_1}{\lambda_2}|^5$       ۳.  $|\frac{\lambda_2}{\lambda_1}|$       ۴.  $|\frac{\lambda_2}{\lambda_1}|^5$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴

۱۷- روش حذفی گوس بدون محورگیری برای حل دستگاه  $AX = b$  پایدار است هرگاه....

۱. ماتریس  $A$  معین مثبت باشد.
۲. ماتریس  $A$  متعامد باشد.
۳. ماتریس  $A$  قطری غالب باشد.
۴. ماتریس  $A$  هسنبرگی باشد.

۱۸- اگر تبدیلات گیونز روی ماتریس نامتقارن  $A$  اعمال شود، ماتریس  $A$  به کدام ماتریس تبدیل می گردد؟

۱. ماتریس ترانزپوزی مزدوج
۲. ماتریس پایین هسنبرگی
۳. ماتریس سه قطری
۴. ماتریس پایین مثلثی

۱۹- ماتریس  $P$  که روش هاوس هلدن مبتنی بر استفاده از آن می باشد، دارای کدام یک از ویژگی های زیر است؟

۱. ماتریسی متقارن و متعامد است و  $P = 2VV^t$  که در آن برداری است که  $V^tV = 1$ .
۲. ماتریسی متقارن و متعامد است و  $P = VV^t - I_n$  که در آن برداری است که  $\|V\| = 1$ .
۳. ماتریسی غیر متقارن است و  $P = I_n - V^tV$  که در آن برداری است که  $V^tV = 1$ .
۴. ماتریسی متقارن و متعامد است و  $P = I_n - 2VV^t$  که در آن برداری است که  $V^tV = 1$ .

۲۰- اگر در روش  $QR$  ماتریس نامنفرد  $A$  را به صورت  $A = QR$  تجزیه کنیم، کدام گزینه صحیح است؟

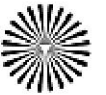
۱.  $Q$  یک ماتریس متعامد و  $R$  یک ماتریس بالا مثلثی است.
۲.  $Q$  یک ماتریس متقارن و  $R$  یک ماتریس بالا مثلثی است.
۳.  $Q$  یک ماتریس متقارن و  $R$  یک ماتریس پایین مثلثی است.
۴.  $Q$  یک ماتریس بالا مثلثی و  $R$  یک ماتریس پایین مثلثی است.

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- دستگاه معادلات زیر را با استفاده از تجزیه دولیتل حل کنید

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 = -2 \\ -2x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 20 \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 7 \end{cases}$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴

۱.۴۰ نمره

۲- ثابت کنید اگر  $A$  یک ماتریس هرمیتی باشد آنگاه بردارهای ویژه  $A$  نظیر مقادیر ویژه متمایز، متعامدند.

۱.۴۰ نمره

۳- دستگاه معادلات زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 7 \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 16 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

ابتدا ترتیب معادلات را به گونه ای تغییر دهید که روش ژاکوبی برای حل این دستگاه همگرا باشد. سپس دو تکرار از این روش را برای تعیین جواب دستگاه فوق بدست آورید.  $X^{(0)} = (0, 0, 0)^t$  انتخاب نمایید.

۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$  باشد. اگر  $\lambda_1 = 11$  بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A$  و

$X^{(1)} = (0.5, 1, 0.75)^t$  بردار ویژه  $A$  نظیر  $\lambda_1$  باشد، مجموع دو مقدار ویژه دیگر ماتریس  $A$  را به یکی از روشهای تقلیل بدست آورید.

۱.۴۰ نمره

۵- دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه اول زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x(t) - 2y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -2x(t) + 3y(t) \end{cases}$$

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت كليد
1	د	عادي
2	الف	عادي
3	الف	عادي
4	ب	عادي
5	د	عادي
6	ج	عادي
7	د	عادي
8	الف	عادي
9	الف	عادي
10	الف	عادي
11	ب	عادي
12	د	عادي
13	الف	عادي
14	ج	عادي
15	ج	عادي
16	د	عادي
17	الف	عادي
18	ب	عادي
19	د	عادي
20	الف	عادي

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- تمرین ۱۲ صفحه ۱۱۷  
مشابه مثال ۱۱ صفحه ۷۸

۱.۴۰ نمره

۲- قضیه ۱۵ صفحه ۱۳۵

۱.۴۰ نمره

۳- مثال ۲۴ صفحه ۱۰۷

۱.۴۰ نمره

۴- مثال ۲۰ صفحه ۱۸۱ و مثال ۲۱ صفحه ۱۸۵.

۱.۴۰ نمره

۵- ماتریس ضرایب دستگاه عبارت است:  $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$  که مقادیر ویژه آن برابر است با  $\lambda_2 = 5, \lambda_1 = 1$  و بردارهای ویژه آن

می باشند. بنابراین جواب دستگاه نظیر  $\lambda_1 = 1$  عبارت است از  $X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

$x(t) = e^t$

و همچنین جواب معادله دیفرانسیل نظیر  $\lambda_2 = 5$  برابر است با  $y(t) = e^t$  که فرم برداری  $y(t) = -e^{5t}$

آنها به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = e^t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = e^{5t} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

بنابراین جواب عمومی دستگاه عبارت است از :

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = r_1 e^t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + r_2 e^{5t} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

که در آن  $r_2, r_1$  ثابت های دلخواه هستند.