



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۵ -، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض هندسه)، ریاضی محض - جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری (۱۱۱۱۳۷۰)

<sup>-۱</sup> با فرض اینکه  $S = \emptyset$  آنگاه  $\tau_S$  (توپولوژی تولید شده توسط  $S$ ) برابر اسا با:

۱.  $\{X, \emptyset\}$       ۲.  $\{\}$       ۳.  $\{X\}$       ۴.  $\{\emptyset\}$

<sup>-۲</sup> با فرض اینکه  $X$  مجموعه ای دلخواه،  $A \subseteq X$  و  $\tau = \{Y : A \subseteq Y \subseteq X\} \cup \{\emptyset\}$  آنگاه همه گزینه های زیر درست اند غیر از:

۱.  $\tau$  یک توپولوژی در  $X$  است.  
۲. اگر  $A = \emptyset$ ، آنگاه  $\tau$  توپولوژی گسسته در  $X$  است.  
۳. اگر  $A = X$ ، آنگاه  $\tau$  توپولوژی ناگسسته در  $X$  است.  
۴. هر زیرمجموعه دلخواه  $X$  در توپولوژی  $\tau$  باز است.

<sup>-۳</sup> اگر  $(X, \tau)$  یک فضای توپولوژیک باشد آنگاه کدامیک از گزینه های زیر درست است؟

۱.  $\emptyset$  در  $\tau$  بسته نیست.  
۲. اجتماع دلخواه مجموعه های بسته در  $X$  بسته است.  
۳.  $\tau$  زیرپایه خودش است.  
۴.  $\tau$  دارای زیر پایه ای با دو عضو است.

<sup>-۴</sup> اگر  $(X, \tau)$  یک فضای توپولوژیک باشد آنگاه کدامیک از گزینه های زیر درست است؟

۱. همه زیر مجموعه های یک عضوی  $X$  تشکیل یک زیر پایه برای  $X$  می دهند.  
۲.  $\emptyset$  یک پایه برای  $X$  است.  
۳. همه زیر مجموعه های دو عضوی  $X$  تشکیل یک پایه برای  $X$  می دهند.  
۴.  $\{\emptyset\}$  یک پایه برای  $X$  است.

<sup>-۵</sup> اگر  $(X, \tau)$  یک فضای توپولوژیک و  $A_i$  ها در آن باز باشند آنگاه:

۱.  $\bigcup_{i \in I} (Int(A_i)) \subseteq Int(\bigcup_{i \in I} A_i)$       ۲.  $\bigcap_{i \in I} (Int(A_i)) \subseteq Int(\bigcap_{i \in I} A_i)$

۳.  $Int(\emptyset) = X$       ۴.  $Int(A)$  مجموعه ای بسته است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۵ - ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری ۱۱۱۳۷۰)

۶- با فرض اینکه  $A$  و  $B$  زیر مجموعه هایی دلخواه از فضای  $X$  باشند در این صورت همه گزینه های زیر درست اند به غیر از:

$$\partial(A) = \partial(X - A) \quad ۱. \quad \partial(X) = X \quad ۲.$$

$$Ext(A \cup B) = Ext(A) \cap Ext(B) \quad ۳. \quad Ext(B) \subseteq Ext(A) \text{ آنگاه } A \subseteq B \text{ اگر } ۴.$$

۷- اگر  $X$  یک فضای توپولوژیک و  $Y$  زیرفضایی از آن باشد آنگاه همه گزاره های زیر درست اند غیر از:

$$E \subseteq Y \text{ اگر } ۱. \quad Y \text{ بسته باشد، آنگاه مجموعه ای بسته مانند } F \text{ در } X \text{ وجود دارد به طوریکه } E = F \cap Y$$

$$۲. \quad \text{هرگاه } V \text{ در } Y \text{ باز باشد آنگاه } V \text{ در } X \text{ باز است.}$$

$$۳. \quad \text{هرگاه } E \text{ در } Y \text{ و } Y \text{ در } X \text{ بسته باشد، آنگاه } E \text{ در } X \text{ بسته است.}$$

$$۴. \quad \text{هرگاه } V \text{ در } Y \text{ و } Y \text{ در } X \text{ باز باشند آنگاه } V \text{ در } X \text{ باز است}$$

۸- اگر  $d$  متریک مربعی در یک فضای توپولوژیک متری باشد آنگاه گوی  $B(a, r)$  در آن برابر است با:

$$۱. \quad \text{مجموعه نقاط درون مربعی به مرکز } X \text{ و اندازه ضلع } r$$

$$۲. \quad \text{مجموعه نقاط درون مربعی به مرکز } X \text{ و اندازه ضلع } 2r$$

$$۳. \quad \text{مجموعه نقاط درون مربعی به مرکز } r \text{ و اندازه ضلع } X$$

$$۴. \quad \text{مجموعه نقاط درون مربعی به مرکز } r \text{ و اندازه ضلع } 2X$$

۹- اگر  $(X, d)$  یک فضای متریک و  $A \subseteq X$ ، آنگاه به ازای هر  $x \in A$ ،  $d(x, A)$  با کدامیک از گزینه های زیر تعریف می شود؟

$$۱. \quad d(x, A) = \max\{d(x, y) : y \in A\}$$

$$۲. \quad d(x, A) = \min\{d(x, y) : y \in A\}$$

$$۳. \quad d(x, A) = \sup\{d(x, y) : y \in A\}$$

$$۴. \quad d(x, A) = \inf\{d(x, y) : y \in A\}$$

۱۰- در فضای متریک  $(X, d)$  گزاره  $x \in \overline{A}$  با کدامیک از گزینه های زیر معادل است؟

$$۱. \quad x \text{ یک نقطه درونی } A \text{ است.}$$

$$۲. \quad x \text{ یک نقطه انباشتی } A \text{ (} A' \text{) است.}$$

$$۳. \quad x \text{ به } A \text{ تعلق دارد.}$$

$$۴. \quad \text{دنباله ای از نقاط } A \text{ مانند } \{x_n\} \text{ وجود دارد به نحوی که } x_n \rightarrow x.$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰، تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۵ -، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری ۱۱۱۳۷۰

۱۱- اگر  $X$  و  $Y$  دو فضای توپولوژیک باشد و  $f$  تابعی بین آن دو باشد آنگاه:

۱. اگر  $f$  پیوسته باشد آنگاه  $f$  هر مجموعه باز در  $X$  را به مجموعه ای باز از  $Y$  می برد (می نگارد).
۲. اگر  $f$  پیوسته باشد آنگاه  $f$  هر مجموعه بسته در  $X$  را به مجموعه ای بسته از  $Y$  می برد (می نگارد).
۳. اگر  $f$  پیوسته باشد آنگاه  $f$  هر مجموعه بسته در  $Y$  را به مجموعه ای بسته از  $X$  برمی گرداند.
۴. اگر  $f$  هر مجموعه باز از  $X$  را به مجموعه ای باز از  $Y$  ببرد (بنگارد) آنگاه  $f$  پیوسته است.

۱۲- فرض کنید  $X$  فضای گسسته،  $Y$  فضایی دلخواه و  $f: X \rightarrow Y$  تابعی بین این دو فضا باشد، آنگاه:

۱.  $f$  پیوسته است اگر و فقط اگر  $Y$  گسسته باشد.
۲.  $f$  پیوسته است اگر و فقط اگر  $Y$  ناگسسته باشد.
۳.  $f$  در هیچ حالتی پیوسته نیست.
۴.  $f$  پیوسته است.

۱۳- فرض کنید که  $X$  و  $Y$  دو فضای دلخواه باشد آنگاه پیوستگی تابع  $f: X \rightarrow Y$  با همه گزینه های زیر معادل است به غیر از:

۱. ازای هر مجموعه بسته  $F$  مانند  $F$ ،  $f^{-1}[F]$  در  $X$  بسته است.
۲. به ازای هر زیر مجموعه دلخواه  $Y$  مانند  $B$  داریم؛  $f^{-1}[\overline{B}] \subseteq \overline{f^{-1}[B]}$ .
۳. به ازای هر زیر مجموعه دلخواه  $X$  مانند  $A$  داریم؛  $f[\overline{A}] \subseteq \overline{f[A]}$ .
۴. به ازای هر زیر مجموعه باز  $X$  مانند  $A$ ،  $f(A)$  در  $Y$  باز است.

۱۴- با کدامیک از شروط زیر تابع  $f: X \rightarrow Y$  باز است اگر و فقط اگر بسته باشد؟

۱.  $f$ ، پوشا باشد.
۲.  $f$ ، ۱-۱ باشد.
۳.  $f$ ، یک تناظر ۱-۱ باشد.
۴.  $f$ ، پیوسته باشد.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۵ - ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری ۱۱۱۱۳۷۰)

۱۵- با فرض تابع  $f: [0,1] \rightarrow S^1$  با ضابطه  $f(t) = (\cos 2\pi t, \sin 2\pi t), (0 \leq t \leq 1)$  کدامیک از گزینه های زیر درست نیست؟

۱.  $f^{-1}$ ، پیوسته است.

۲.  $f$ ، پیوسته است.

۳.  $f$ ، یک به یک است.

۴.  $f$ ، پوشاست.

۱۶- اگر  $(X, \tau)$  یک فضای توپولوژیک و  $\approx$  یک رابطه هم ارزی در  $X$  باشد، آنگاه همه گزاره های زیر درست اند غیر از:

۱.  $X/\approx$  ناگسسته است اگر و تنها اگر  $X$  و  $\emptyset$  تنها زیرمجموعه های اشباع شده باز  $X$  باشند.

۲.  $X/\approx$  گسسته است اگر و تنها اگر هر زیرمجموعه اشباع شده  $X$  باز باشد.

۳.  $X/\approx$  ناگسسته است اگر و تنها اگر هر دسته هم ارز در  $X$  باز باشد.

۴.  $X/\approx$  گسسته است اگر و تنها اگر هر دسته هم ارز در  $X$  باز باشد.

۱۷- فرض کنید که  $X$  یک فضای توپولوژیک باشد، آنگاه کدامیک از گزاره های زیر درست است؟

۱. اگر  $X$  دارای توپولوژی گسسته باشد آنگاه فشرده است.

۲. اگر  $X$  فشرده باشد آنگاه هر مجموعه باز از آن فشرده است.

۳. اگر  $X$  دارای توپولوژی متناهی باشد آنگاه فشرده است.

۴. اگر  $X$  مجموعه ای نامتناهی با توپولوژی متمم شمارا باشد آنگاه فضای  $X$  فشرده است.

۱۸- اگر  $X$  و  $Y$  دو فضای توپولوژیک و  $f: X \rightarrow Y$  تابعی پیوسته باشد، آنگاه همه گزاره های زیر درست اند به غیر از:

۱. اگر  $X$  هاسدورف باشد آنگاه  $f[X]$  نیز هاسدورف است.

۲. اگر  $X$  فشرده باشد آنگاه  $f[X]$  نیز فشرده است.

۳. اگر  $X$  فشرده و  $Y$  هاسدورف باشد آنگاه  $f$  بسته است.

۴. اگر  $X$  فشرده و  $Y$  هاسدورف و  $f$  تناظری ۱-۱ و پیوسته باشد آنگاه  $f$  هومئومورفیسم است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۵ - ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری ۱۱۱۱۳۷۰)

۱۹- اگر  $X$  یک فضای دلخواه باشد کدامیک از گزینه های زیر درست نیست؟

۱. مؤلفه های  $X$  بسته اند.
  ۲. هر زیر مجموعه همبند غیر خالی  $X$  می تواند با چند مؤلفه اشتراک داشته باشد
  ۳. هر زیر مجموعه همبند از  $R$  بازه از آن است.
  ۴. هر فضای ناگسسته همبند است.
- ۲۰- اگر  $X$  یک فضای متمم شمارا باشد که در آن  $X$  ناشماراست آنگاه کدامیک از گزینه های زیر درست است؟
۱.  $X$  در اولین اصل شمارایی صدق می کند.
  ۲.  $X$  در دومین اصل شمارایی صدق می کند.
  ۳.  $X$  تفکیک پذیر است.
  ۴.  $X$  یک فضای لیند洛夫 است.

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- مفاهیم زیر را تعریف کنید.

الف) زیر پایه      ب) فضای همبند      ج) فضای فشرده      د) فضای صادق در اصل  $T_1$

۱.۴۰ نمره

۲- الف) بستار یک مجموعه در یک توپولوژی را تعریف کنید.

ب) فرض کنید که  $X$  مجموعه ای دلخواه و  $S \subseteq P(X)$  باشد. همچنین  $A$  زیرمجموعه ای دلخواه از  $X$  باشد. در این صورت ثابت کنید که  $A \in \tau_S$  اگر و تنها اگر به ازای هر  $a \in A$  عضوی از  $S$  مانند  $B$  وجود دارد به نحوی که  $a \in B \subseteq A$ .

۱.۴۰ نمره

۳- الف) تابع هومئومورفیسم را تعریف کنید.

ب) ثابت کنید که مجموعه اعداد حقیقی و مجموعه  $(-1,1)$  تحت تابع  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$  با هم هومئومورفند.

۱.۴۰ نمره

۴- توپولوژی خارج قسمت را تعریف کرده و برای آن مثالی ارائه نمایید.

۱.۴۰ نمره

۵- فرض کنید فضای  $X$  در اولیه اصل شمارایی صدق کند. در این صورت ثابت کنید که اگر  $X$  شمارا باشد آنگاه  $X$  شمارای دوم است.

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت كليد
1	الف	عادي
2	د	عادي
3	ج	عادي
4	الف	عادي
5	الف	عادي
6	ب	عادي
7	ب	عادي
8	ب	عادي
9	د	عادي
10	د	عادي
11	ج	عادي
12	د	عادي
13	د	عادي
14	ج	عادي
15	الف	عادي
16	ج	عادي
17	ج	عادي
18	الف	عادي
19	ب	عادي
20	د	عادي



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۵ -، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض  
هندسه)، ریاضی محض - جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری (۱۱۱۱۳۷۰)

### سوالات تشریحی

نمره ۱.۴۰

۱- قضایای ۲.۲.۴ صفحه ۹۶ و ۸.۲.۴ صفحه ۱۰۰

نمره ۱.۴۰

۲- قضیه ۱۰.۱.۵ صفحه ۱۲۸

نمره ۱.۴۰

۳- قضیه ۵.۴.۲ صفحه ۳۶-۳۷

نمره ۱.۴۰

۴- قضیه ۴.۲.۳ صفحه ۵۲

نمره ۱.۴۰

۵- قضیه ۸.۱.۷ صفحه ۲۰۷