

سری سوال: یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۱ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۸)

۱- کدام عبارت زیر در مورد نقاط ناپیوستگی تابع یکنوای f بر بازه بسته $[a, b]$ صحیح است؟

۱. مجموعه ای بسته است.
۲. مجموعه ای نامتناهی است.
۳. مجموعه ای شمارشپذیر است.
۴. مجموعه ای تهی است.

۲- کدام گزینه زیر نادرست است؟

۱. هر تابع یکنوا بر بازه بسته $[a, b]$ با تغییر کراندار است.
۲. هر تابع تغییر کراندار بر بازه بسته $[a, b]$ بر این بازه پیوسته است.
۳. هر تابع با تغییر کراندار، کراندار است.
۴. هر تابع پیوسته و با مشتق کراندار بر بازه باز (a, b) ، بر بازه بسته $[a, b]$ با تغییر کراندار است.

۳- کدام گزینه معادل سایر گزینه ها نمی باشد؟

۱. $f \in R(\alpha)$
۲. $\sup L(p, f, \alpha) = \inf U(p, f, \alpha)$
۳. $\int_a^b f d\alpha \leq \int_a^{\bar{b}} f d\alpha$

۴. $\forall \varepsilon > 0 ; \exists P_\varepsilon \forall P (P_\varepsilon \subseteq P \Rightarrow U(P, f, \alpha) - L(P, f, \alpha) < \varepsilon)$

۴- اگر P و Q دو افراز دلخواه از بازه $[a, b]$ بوده و $P \subseteq Q$ باشد آنگاه کدام عبارت زیر صحیح است؟

۱. $U(P, f, \alpha) \leq U(Q, f, \alpha)$
۲. $L(P, f, \alpha) \geq L(Q, f, \alpha)$
۳. $L(P, f, \alpha) \leq U(Q, f, \alpha)$
۴. $L(P, f, \alpha) = U(Q, f, \alpha)$

۵- مقدار انتگرال $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+e^x} dx$ کدام مقدار زیر می باشد؟

۱. ۱
۲. ∞
۳. $2 \ln 2$
۴. $\ln 2$

۶- مقدار انتگرال $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \left(\frac{\cos nx}{nx} \right) dx$ برابر کدام مقدار زیر است؟

۱. ۰
۲. ۱
۳. ∞
۴. موجود نیست.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۱ - ، آمار ۱۱۱۰۸۸)

۷- تغییر کل تابع $f(x) = 2x^2 + 1$ بر بازه $[0,1]$ برابر است با

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۳ ۴. $\frac{5}{3}$

۸- کدام یک از عبارات زیر صحیح نمی باشد؟

۱. سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$ بر R بطور مطلق و یکنواخت همگراست

۲. سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)}$ بر R بطور یکنواخت همگراست

۳. سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{x+\frac{1}{2}}}$ بر $[0, \infty]$ بطور یکنواخت همگراست

۴. سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+x}$ بر $[0, \infty]$ بطور مطلق همگراست

۹- کدام یک از توابع زیر حد دنباله توابع f_n با ضابطه $f_n(x) = \frac{1+x^n}{1-x^2}$ بر بازه $[0,1]$ می باشد؟

۱. $\frac{1}{1+x}$ ۲. $\frac{1+x}{1-x}$ ۳. $\frac{1}{1-x^2}$ ۴. $\frac{1+x}{1-x^2}$

۱۰- شعاع همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ کدام مقدار زیر می باشد؟

۱. ۰ ۲. ۱ ۳. ∞ ۴. ۲

۱۱- اگر شعاع همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ برابر $R > 0$ باشد. در اینصورت شعاع همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{x}{R}\right)^n$ کدام مقدار زیر

می باشد؟

۱. ۱ ۲. R^n ۳. $\frac{1}{R}$ ۴. $\frac{1}{R^n}$

۱۲- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e - (1+x)^{\frac{1}{x}}}{x} \right)$ برابر کدام مقدار زیر می باشد؟

۱. ۰ ۲. $2e$ ۳. $-\frac{e}{2}$ ۴. $\frac{e}{2}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۱ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۸)

۱۳- با کدام شرط زیر تابع f بر بازه $[a, b]$ با تغییر کراندار می باشد؟

۱. f بر $[a, b]$ انتگرال پذیر باشد.
۲. f' بر $[a, b]$ پیوسته باشد.
۳. f مشتق پذیر بر $[a, b]$ باشد.
۴. f بر $[a, b]$ پیوسته یکنواخت باشد.

۱۴- اگر f و g بر $[a, b]$ با تغییر کراندار باشند آنگاه کدام یک از توابع زیر ممکن است بر $[a, b]$ با تغییر کراندار نباشد؟

۱. fg
۲. $\max(f, g)$
۳. $f - g$
۴. $\frac{f}{g}$

۱۵- کدام گزینه زیر نادرست می باشد؟

۱. اگر دنباله $\{f_n\}$ بر مجموعه E کراندار نقطه ای باشد آنگاه بر E دارای زیر دنباله ای همگرا خواهد بود.
۲. دنباله $\{f_n\}$ بر مجموعه E بطور نقطه وار کراندار است اگر به ازای هر عدد طبیعی n داشته باشیم $|f_n(x)| < M_x$.
۳. هر دنباله یکنواخت از توابع، لزوماً زیر دنباله ای همگرا ندارد.
۴. اگر دنباله $\{f_n\}$ بر مجموعه اعداد گویا کراندار نقطه ای باشد آنگاه دارای زیر دنباله ای همگرا بر مجموعه اعداد گویا می باشد.

۱۶- کدام عبارت زیر صحیح نیست؟

۱. اگر تابع f بر بازه $[a, b]$ تابعی ثابت باشد در اینصورت $f \in R(\alpha)$.
۲. اگر تابع f فقط در نقاط گویای $[a, b]$ ناپیوسته و در نقاط اصم پیوسته باشد در اینصورت $f \in R([a, b])$.
۳. اگر توابع f و α در نقطه $x_0 \in [a, b]$ از راست ناپیوسته باشند در اینصورت $f \notin R(\alpha)$.
۴. اگر f صعودی باشد در اینصورت $f \in R(\alpha)$.

۱۷- مقدار انتگرال $\int_1^{e^2} \sqrt{x} d(\ln x)$ برابر کدام مقدار زیر است؟

۱. $2e$
۲. $2e - 2$
۳. $-2e$
۴. 2

۱۸- کدام مطلب در مورد تابع $f(x) = \sin(x^2)$ بر بازه $[-\pi, \pi]$ صحیح می باشد؟

۱. بر این بازه یکنواست.
۲. بر این بازه فقط کراندار است.
۳. بر این بازه با تغییر کراندار است.
۴. اکیدا یکنواست.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۱ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۸)

۱۹- اگر $f \in R(f)$ و نسبت به خودش انتگرال ریمان اشتلیس داشته باشد و همچنین $f(a) = f(b) = 1$ ، در این صورت مقدار $\int_a^b f df$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{2}$ ۲. 0 ۳. $\frac{f(b)+f(a)}{2}$ ۴. $\frac{f(b)-f(a)}{2}$

۲۰- اگر $X = [a, b]$ و $A \subseteq C(X)$ یک زیر جبر خود الحاقی X باشد، در کدام صورت خواهیم داشت $\bar{A} = C(X)$ ؟

۱. A شامل توابع ثابت باشد.
۲. A بر X صفر نشود و نقاط X را جدا کند.
۳. A نقاط X را جدا کند.
۴. A شامل توابع ثابت باشد و نقاط X را جدا کند.

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- شرط ریمان برای انتگرالپذیری را بیان و اثبات کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید f بر $[a, b]$ تابعی باتغییر کراندار باشد. نشان دهید f را می توان بصورت تفاضل دو تابع صعودی یا نزولی نوشت.

۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنید f بر $[0, \infty)$ بصورت $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$ تعریف شده است.

- الف) نمایش f را بصورت سری توانی بنویسید.
ب) نمایش f' را بصورت سری توانی بنویسید.
ج) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ را بیابید.

۱.۴۰ نمره

۴- اگر X فشرده و $f_n \in C(X)$ بطور نقطه وار کراندار و همپیوسته باشد ثابت کنید دنباله $\{f_n\}$ بر X بطور یکنواخت کراندار می باشد.

۱.۴۰ نمره

۵- ثابت کنید شرط لازم و کافی برای آنکه دنباله توابع f_n به بطور یکنواخت به تابع f بر E همگرا باشد آنست که $\sigma_n = \sup |f_n(x) - f(x)| \rightarrow 0$ جایی که سوپریمم روی E گرفته می شود.

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت کليد
1	ج	عادي
2	ب	عادي
3	ج	عادي
4	ج	عادي
5	د	عادي
6	الف	عادي
7	ب	عادي
8	د	عادي
9	ج	عادي
10	ب	عادي
11	الف	عادي
12	د	عادي
13	ب	عادي
14	د	عادي
15	الف	عادي
16	د	عادي
17	ب	عادي
18	ج	عادي
19	ب	عادي
20	ب	عادي



تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰، تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۱ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۸)

سوالات تشریحی

نمره ۱.۴۰

۱- قضیه ۹،۲،۱ کتاب درسی.

نمره ۱.۴۰

۲- قضیه ۴،۳،۳ کتاب درسی.

نمره ۱.۴۰

۳- ابتدا سری توانی تابع e^x را می یابیم. در ادامه از طرفین بسط، مقدار ۱ را کم کرده و در انتها بر مقدار x تقسیم می کنیم. عبارت بدست آمده جواب قسمت الف) می باشد. قسمت ب) و ج) به آسانی از قسمت الف) نتیجه می شوند.

نمره ۱.۴۰

۴- قضیه ۸،۱۲،۴ کتاب درسی.

نمره ۱.۴۰

۵- قضیه فصل چهار کتاب درسی.