WWW.20FILE.ORG

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس: توپولوژی جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۶

۱- فرض کنید A یک مجموعه و d یک متر روی A باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱. برای هر $a,b\in A$ ، $d(a,b)\geq o$ است.
۲. برای هر $a,b,c\in A$ ، $d(a,b)+d(b,c)<d(a,c)$ است.
۳. $d(a,b)=0$ اگر و فقط اگر $a=b$ باشد.
۴. برای هر $a,b\in A$ ، $d(a,b)=d(b,a)$ است.

۲- فرض کنید (X,U) یک فضای توپولوژی باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱. $\varnothing\in U$
۲. $X\in U$
۳. مقطع هر تعداد از اعضای U عضوی از U است.
۴. اجتماع هر تعداد از اعضای U عضوی از U است.

۳- هر تابع از یک فضای توپولوژی X به یک فضای توپولوژی گسسته Y الزاماً در کدام گزینه صدق میکند؟

۱. نه باز و نه بسته
۲. باز
۳. پیوسته
۴. نگاشت صفر

۴- فرض کنید $X=D^n$ دیسک n-بعدی در فضای R^n با توپولوژی القایی و $A=S^{n-1}$ لبهٔ دیسک X است. در این صورت X/A همئومورف باکدام گزینه است؟

۱. S^n
۲. D^{n+1}
۳. S^{n+1}
۴. D^{2n}

۵- فرض کنید $X=\{(x,y)\mid o\leq x,y\leq 1\}$ در R^2 با توپولوژی القایی از R^3 و رابطهٔ $\approx$ روی X به صورت $(x,y)\approx(x',y')\Leftrightarrow((x,y)=(x',y'))\vee(\{x,x'\}=\{0,1\},y=1-y')$ تعریف شده است. در این صورت $X/\approx$ با توپولوژی خارج قسمتی با کدام گزینه همئومورف است؟

۱. بطری کلاین
۲. تیوپ
۳. استوانه
۴. نوار موبیوس

۶- اگر Z بر R به صورت $n.x=x+n$ عمل کند. در این صورت فضای توپولوژی R/Z دقیقاً کدام گزینه است؟

۱. فضای تصویری حقیقی
۲. S^1
۳. نوار موبیوس
۴. بطری کلاین

۷- کدام گزینه نادرست است؟

۱. فضای R با توپولوژی معمولی نافشرده است.
۲. فضای توپولوژی گسستهٔ X وقتی و تنها وقتی فشرده است که X متناهی باشد.
۳. اگر X دارای توپولوژی متمم متناهی باشد، آنگاه X نافشرده است.
۴. زیر فضای $[o,1]$ از R فشرده است.

WWW.20FILE.ORG

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: توپولوژی جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)۱۱۱۱۰۵۶

۸- فرض کنید X یک G-فضای هاسدورف وفشرده باشد یک شرط کافی برای هاسدورف و فشرده بودن X/G کدام گزینه است؟

۱. G بطورکاملاً ناپیوسته بر X عمل کند.
۲. G گروه آبلی باشد.
۳. G بطورآزاد بر X عمل کند.
۴. G متناهی باشد.

۹- کدام گزینه نادرست است؟

۱. $\mathrm{Int}(D^n) \cong R^n$
۲. هر فضای توپولوژی X با توپولوژی ناگسسته یک ۱-منیفلد است.
۳. R^n یک n - منیفلد است.
۴. دایره S^1 یک ۱-منیفلد است.

۱۰- فرض کنید $f,g:[o,1]\to X$ دو راه در فضای توپولوژیک X باشند. در چه صورتی حاصل ضرب $f*g$ تعریف می شود؟

۱. $f(o)=g(1)$
۲. $f(o)=g(o)\wedge f(1)=g(1)$
۳. $f(1)=g(o)$
۴. $f(1/2)=g(1)$

۱۱- کدام گزینه نادرست است؟

۱. هر فضای همبند راهی لزوماً همبند است.
۲. هر فضای همبند لزوماً همبند راهی است.
۳. هر مجموعهٔ غیر تهی ، باز و همبند در R^n همبند راهی است.
۴. S^n همبند راهی است.

۱۲- گیریم C خم ژوردانی با ضابطهٔ $f:S^1\to R^2$ است. در این صورت مولفهٔ کراندار در R^2-C شامل قرص بازی است که دایرهٔ مرزش C را در دو نقطهٔ $f(a)$ و $f(b)$ قطع می کند فاصلهٔ a و b در کدام گزینه صدق می کند؟

۱. $|b-a|\le\sqrt{2}$
۲. $|b-a|\le\sqrt{3}$
۳. $|b-a|\rangle\sqrt{2}$
۴. $|b-a|\rangle\sqrt{3}$

۱۳- کدام گزینه درست است؟

۱. فضاهای هموتوپ همئومورفند.
۲. هر انقباض یک انقباض دگردیسی است.
۳. رابطهٔ هموتوپی نسبی یک رابطهٔ هم ارزی است.
۴. مجموعه های انقباض پذیر محدبند.

WWW.20FILE.ORG

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: توپولوژی جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)۱۱۱۱۰۵۶

۱۴- کدام گزینه درست است؟

۱. هر انقباض یک انقباض دگردیسی است.

۲. دایر S^1 انقباض دگردیسی استوانه ی $S^1\times[o,1]$ است.

۳. یک انقباض دگردیسی لزوماً یک انقباض دگردیسی قوی است.

۴. هر انقباض فضای توپولوژیکی، زیرمجموعه ای بسته است.

۱۵- اگر X فضای متناهی با توپولوژی گسسته باشد، گروه بنیادی $\pi(X,x)$ کدام است؟

۱. Z ۲. $Z+Z$ ۳. 1 ۴. Z_2

۱۶- گروه بنیادی یک فضای انقباض پذیر کدام است؟

۱. Z ۲. گروه بدیهی ۳. Q ۴. R

۱۷- گروه بنیادی تیوب $T=S^1\times S^1$ کدام است؟

۱. Z ۲. $Z\times Z$ ۳. $Z\times Z\times Z$ ۴. گروه بدیهی

۱۸- کدام گزینه در مورد همریختی $\varphi:\pi(X/G,y_o)\to G$ درست است؟

۱. هسته آن زیرگروه $p_*(\pi(X,x_o))$ است. ۲. ایزومرفیسم گروه ها است.

۳. هستهٔ آن زیر گروه بدیهی است. ۴. هوموورفیسم یک به یک است.

۱۹- اگر X فضایی با تنها یک نقطه باشد، $H_o(X)$ کدام است؟

۱. o ۲. Z ۳. $Z\times Z$ ۴. $Z/2Z$

۲۰- کدام گزینه نادرست است؟

۱. $B_n(X)$ زیرگروه نرمال $S_n(X)$ است. ۲. $\partial\circ\partial=o$

۳. $Z_n(X)$ هسته ی عملگر مرزی ∂ است. ۴. $H_n(X)=B_n(X)/Z_n(X)$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید X و Y دو فضای توپولوژی و $f:X\to Y$ نگاشتی بین آنها باشد. فرض کنید $\approx_X$ و $\approx_Y$ روابط هم ارزی روی X و Y باشند به طوری که $x\approx_X x'$ اگر و تنها اگر $f(x)\approx_Y f(x')$ است. ثابت کنید اگر f همئومورفیسم باشد،آنگاه $X/\approx_X$ و $Y/\approx_Y$ نیز همئومورف هستند. ۱،۴۰ نمره

WWW.20FILE.ORG

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: توپولوژی جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)۱۱۱۱۰۵۶

۲- هر یک از مفاهیم زیر را تعریف کنید و مثالی ارائه دهید. ۱،۴۰ نمره

الف) n -منیفلد

ب) سطح جهت پذیر

۳- الف) تعریف وارون یک راه و نیز حاصل ضرب دو راه در یک فضای توپولوژی X را بیان کنید. ۱،۴۰ نمره

ب) ثابت کنید نگاره ی هر فضای همبند راهی توسط نگاشتی پیوسته، همبند راهی است.

۴- فرض کنید X و Y فضاهای توپولوژی همبند راهی باشند. ثابت کنید که: ۱،۴۰ نمره

$$\pi(X\times Y,(x_o,y_o))\cong\pi(X,x_o)\times\pi(Y,y_o)$$

با استفاده از این مطلب گروه بنیادی یک تیوب را مشخص کنید.

۵- الف) تعریف n -سادک تکین را بیان کنید و نمونه هایی از ۰ -سادک و ۱- سادک و ۲- سادک ها را رسم کنید. ۱،۴۰ نمره

ب) فرض کنید X یک فضای توپولوژی باشد. گروه های $B_n(X)$ و $Z_n(X)$ و $H_n(X)$ را تعریف کنید.

پ) آیا $B_n(X)$ زیرگروه نرمال $Z_n(X)$ است؟ توضیح دهید.