

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توپولوژی عمومی

و شته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۵ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۰

فرض کنید  $G$  نشانگر نمودار تابع  $y = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$  برای  $x \in (0, 1]$  باشد آنگاه  $-1$

. ۱.  $\bar{G}$  همبند و فشرده است.

. ۲.  $\bar{G}$  ناهمبند ولی فشرده است.

-۳ فرض کنید  $X$  مجموعه‌ای نامتناهی و  $A$  زیر مجموعه متناهی از  $X$  باشد آنگاه توپولوژی  $A$ -شامل

. ۱. فشرده است. . ۲. همبند نیست. . ۳. همبند است. . ۴. همبند و فشرده است.

-۴ اگر تابع  $f: X \rightarrow Y$  یک تناظر-۱ باشد آنگاه کدام گزینه با سایر گزینه‌ها مغایرت دارد؟

. ۱.  $f$  باز است. . ۲.  $f$  بسته است. . ۳.  $f$  پیوسته است. . ۴.  $f^{-1}$  پیوسته است.

-۵ فضای متمم شمارا، که در آن  $X$  ناشماراست در کدام گزینه صدق می‌کند؟

. ۱.  $X$  تفکیک پذیر است. . ۲.  $X$  لیندلوف است. . ۳.  $X$  شمارای اول است. . ۴.  $X$  شمارای دوم است.

-۶ فضای  $R$  با توپولوژی شاعع - راست در کدام گزینه صدق می‌کند؟

. ۱. منظم است. . ۲. هاسدورف است.

. ۳.  $T_1$  است ولی  $T_2$  نیست. . ۴. و نرمال است.

-۷ فضای  $A$ -نا شامل  $X$  که در آن  $A$  حداقل دو عضودار در کدام گزینه صدق می‌کند؟

. ۱. منظم است ولی نرمال نیست. . ۲. نرمال است ولی منظم نیست.

. ۳. هم نرمال و هم منظم است. . ۴. نه نرمال و نه منظم است.

-۸ اگر  $X$  مجموعه‌ای دلخواه و  $\{x\} -$ شامل در  $X$ ، توپولوژی زیر فضایی در  $Y$  کدام گزینه است؟

. ۱. توپولوژی  $\{x\} -$ شامل در  $Y$  است.

. ۲. توپولوژی ناگسسته است.

. ۳. اگر  $Y \notin X$ ، توپولوژی گسسته است.

-۹ مجموعه اعداد حقیقی  $R$  با کدام توپولوژی همبند است؟

. ۱. با توپولوژی گسسته

. ۲. با توپولوژی حد بالایی

. ۳. با توپولوژی حد پایین

. ۴. با توپولوژی متمم متناهی

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توپولوژی عمومی

وشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۵ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۰

-۹ اگر  $C$  یک زیر مجموعه ناتهی  $R$  و  $A = \{x + \sin(x) : x \in C\}$  باشد آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

- ۱. اگر  $C$  همبند باشد آنگاه  $A$  همبند است.
- ۲. اگر  $C$  کراندار باشد آنگاه  $\bar{A}$  فشرده است.
- ۳. اگر  $C$  همبند باشد آنگاه  $\bar{A}$  همبند است.
- ۴. اگر  $C$  فشرده باشد آنگاه  $A$  همبند است.

-۱۰ اگر  $N$  مجموعه اعداد طبیعی و  $B = \{B_n : n \in N\}$  پایه برای توپولوژی  $\tau$  روی  $N$  باشد بطوریکه برای هر  $n \in N$  قرار دهیم  $B_n = \{2n-1, 2n\}$  آنگاه

- ۱.  $(N, \tau)$  تفکیک پذیر است ولی شمارای دوم و لیندلوف نیست.
- ۲.  $(N, \tau)$  لیندلوف است ولی تفکیک پذیر و شمارای دوم نیست.
- ۳.  $(N, \tau)$  شمارای دوم است ولی تفکیک پذیر و لیندلوف نیست.
- ۴.  $(N, \tau)$  شمارای دوم است بنابراین تفکیک پذیر و لیندلوف نیز هست.

-۱۱ هر فضای هاووسدرف فشرده در کدام گزینه صدق میکند؟

- ۱. نرمال است ولی  $T_4$  نیست.
- ۲.  $T_4$  است ولی نرمال نیست.
- ۳. نه نرمال و نه  $T_4$  است
- ۴. نرمال و در نتیجه  $T_4$  است.

-۱۲ اگر  $A$  زیر فضای فشرده دلخواهی از  $S$  باشد در چه حالتی  $A$  بسته است؟

- ۱.  $S$  دارای توپولوژی متمم متناهی باشد.
- ۲.  $S$  دارای توپولوژی متمم شمارا باشد.
- ۳.  $S$  دارای توپولوژی  $A$ -شامل باشد.
- ۴.  $S$  هاسدورف باشد.

-۱۳ اگر  $X$  فضای همبند و منظم باشد آنگاه

- ۱.  $X$  گسسته یا ناشماراست
- ۲.  $X$  گسسته و ناشماراست
- ۳.  $X$  ناگسسته یا شماراست

-۱۴ در یک فضای  $T_3$  یک مولفه کدام خاصیت زیر را دارد؟

- ۱. یا مجموعه یکانی است یا ناشماراست.
- ۲. یا مجموعه یکانی است یا شماراست.
- ۳. فقط مجموعه شماراست.
- ۴. فقط مجموعه متناهی است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توپولوژی عمومی

وشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۵ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۰

۱۵- برای هر فضای متریک کدام گزینه درست است؟

۱. کاملاً نرمال است.  
۲. یک فضای  $T_5$  است.  
۳. کاملاً منظم است.  
۴. منظم است.

۱۶- اگر  $X = \{a, b\}$  و  $\tau$  توپولوژی سیرپینسکی روی  $X$  باشد آنگاه

۱.  $(X, \tau)$  همبند و هاوسدورف است  
۲. نافشرده و هاوسدورف است  
۳.  $(X, \tau)$  فشرده و هاوسدورف است  
۴. همبند و فشرده است.

۱۷- در فضای توپولوژیک  $(X, \tau)$  برای  $A \subseteq X$  کدام گزینه نادرست است؟

۱.  $A$  باز است اگر و تنها اگر  $A \cap \partial(A) = \emptyset$   
۲.  $A$  بسته است اگر و تنها اگر  $\partial(A) = \emptyset$   
۳.  $A$  هم باز و هم بسته است اگر و تنها اگر  $\partial(A) = \emptyset$

۱۸- چند توپولوژی متمايز بر روی یک مجموعه سه عضوی وجود دارد؟

۱. ۸ .۱  
۲. ۱۵ .۲  
۳. ۲۹ .۳  
۴. ۲۰ .۴

۱۹- اگر  $X$  فضای متمم شمارا و  $A \subseteq X$  باشد آنگاه کدام گزینه در مورد توپولوژی زیر فضایی در  $A$  درست است؟

۱. اگر  $A$  شمارا باشد گسسته است.  
۲. اگر  $A$  شمارا باشد متمم شماراست.  
۳. اگر  $A$  ناشمارا باشد گسسته است.  
۴. اگر  $A$  نامتناهی باشد متمم متناهی است.

۲۰- تصویر هر فضای موضعاً فشرده توسط تابع  $f$ ، فضای موضعاً فشرده است هر گاه

۱.  $f$  بسته و پیوسته باشد.  
۲.  $f$  پوششی و پیوسته باشد.  
۳.  $f$  یک به یک و پیوسته باشد.  
۴.  $f$  باز و پیوسته باشد.

### سوالات تشریحی

نمره ۱۴۰۱- برای مجموعه ناتپی  $X$  مفاهیم زیر را بدقت بیان کنید.

الف) توپولوژی

ب) متر

ج) پایه توپولوژی

د) زیر پایه توپولوژی

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توپولوژی عمومی

روش تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۵ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۰

۱،۴۰ نمره-۲ برای فضای توپولوژیک  $(X, \tau)$  مفاهیم زیر را دقیق بیان کنید.

الف) فضای فشرده

ب) فضای موضعاً فشرده

ج) فضای همبند

د) فضای موضعاً همبند

۱،۴۰ نمره-۳ در  $R$  رابطه هم ارزی  $\sim$  را چنین تعریف می کنیم  $x \sim y \Leftrightarrow x - y \in Q$  در این صورت ثابت کنید فضای  $\sim$ 

ناگسته است.

۱،۴۰ نمره

-۴ نشان دهید که هر تناظریک به یک پیوسته از یک فضای فشرده به یک فضای هاووسدرف هومئومورفیسم است.

۱،۴۰ نمره

-۵ ثابت کنید هر فضای کاملاً منظم یک فضای منظم است.