WWW.20FILE.ORG

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۵۰ تشریحی : ۷۰ | سری سوال : یک ۱

عنـــوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۴ - ، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۵ - ، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۷۸

سوالات تشریحی

۱- چون $z=1$ ریشه این معادله نیست طرفین معادله را در $(z-1)$ ضرب می کنیم و به دست می آوریم $z^6-1=0$. لذا ریشه های ششم واحد بجز $z=1$ ،همه جواب های این معادله می باشد. **۱.۴۰ نمره**

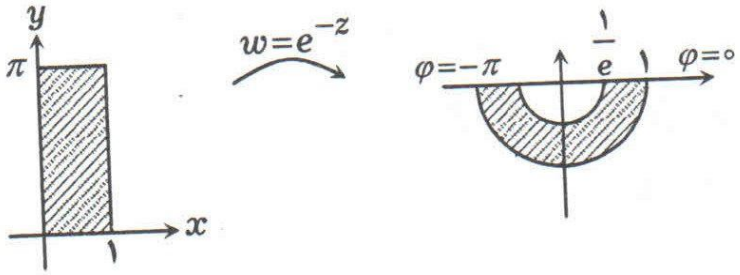
۲- برای موزون بودن باید نشان دهیم در رابطه لاپلاس صدق می کند. سپس به کمک روابط کوشی-ریمان **۱.۴۰ نمره**

$$u(x,y)=-y+\frac{x}{x^2+y^2}$$

بدست می آید. داریم:

$$f(z)=u+iv=\frac{1}{z}+iz$$

۳- می توان ابتدا مستطیل را تحت تبدیل خطی $w_1=-z$ به اندازه ۱۸۰ درجه دوران داده و به مستطیل $[-1,0]\times[-\pi,0]$ تصویر کنیم.سپس تصویر مستطیل جدید را تحت $w=e^{w_1}$ به دست می آوریم. با توجه با اینکه تابع نمائی خطوط افقی را به خطوط پرتوی و خطوط قائم را به دوایر به مرکز مبدأ تصویر می کند، تصویر نهائی به صورت زیر است: **۱.۴۰ نمره**



۴- تمرین ۵-۴-۱۷ سؤال ۱ قسمت ت کتاب. **۱.۴۰ نمره**

حل:

$$w=z-3 \Rightarrow z=w+3 \quad و \quad z-1=w+2$$

$$\frac{1}{(w+2)w}=\frac{1}{w}\cdot\frac{1}{2(1-(-\frac{w}{2}))}=\frac{1}{w}\cdot\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(-\frac{w}{2})^n=\frac{1}{w}\cdot\frac{1}{2}(1-\frac{w}{2}+\frac{w^2}{4}-\frac{w^3}{8}+\ldots)$$

$$=\frac{1}{2(z-3)}(1-\frac{z-3}{2}+(\frac{z-3}{2})^2-(\frac{z-3}{2})^3+\ldots) \qquad \left|\frac{z-3}{2}\right|<1$$

$$=\frac{1}{2}(\frac{1}{z-3}-\frac{1}{2}+\frac{z-3}{4}-\frac{(z-3)^2}{8}+\ldots) \qquad و \qquad a_{-1}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int_c\frac{dz}{(z-1)(z-3)}=\frac{1}{2} \Rightarrow \int_c\frac{dz}{(z-1)(z-3)}=\pi i$$

که c دایره‌ای به مرکز ۳ و شعاع کمتر از ۲ در جهت مثبت است.

WWW.20FILE.ORG

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۵۰ تشریحی : ۷۰ | سری سوال : ۱ یک

عنـــوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۴ - ، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۵ - ، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۷۸

۵– الف)با توجه به مطالب صفحه ۴۳۹ کتاب و استفاده از تغییر متغیر گفته شده در کتاب داریم: **۱.۴۰ نمره**

$$\frac{\frac{z^2-1}{2iz})^2}{4(\frac{z^2+1}{2z})}.\frac{dz}{iz}=\frac{-i}{8}\int_{|z|=1}\frac{(z^4-2z^2+1)dz}{z^2(2z-1)(z-2)}=\frac{-i}{8}.2\pi i(\mathrm{Re}\,s[f(z),\circ]+\mathrm{Re}\,s[f(z),\frac{1}{2}])=\frac{\pi}{4}(\frac{5}{4}-\frac{3}{4})=\frac{\pi}{8}$$

$$\frac{d}{dz}\left[\frac{z^4-2z^2+1}{(2z-1)(z-2)}\right]_{z=\circ}=\frac{5}{4}$$

$$f(z)\Big]_{z=\frac{1}{2}}=\left[\frac{z^4-2z^2+1}{2z^2(z-2)}\right]_{z=\frac{1}{2}}=\frac{-3}{4}$$

ب) دو نقطه تکین $z=\circ$ و $z=i$ که اولی تکین اساسی و دومی قطب ساده است برای این انتگرال وجود دارد.چون تابع داخل انتگرال زوج است، لذا مانده در $z=\circ$ برابر صفر است. داریم: