

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/گد درس: معادلات دیفرانسیل ۱۱۱۱۰۲۰-۱۱۱۱۴۷۴-۱۴۱۱۱۹۳-۱۲۴۰۲۴-۱۱۱۱۴۰۹-۱۱۱۱۰۲۶-۱۱۱۱۰۲۰

سوالات تشریحی

نمره ۱.۴۰

۱- : معادله کامل است، زیرا:

$$\left. \begin{aligned} M &= y + y \cos xy \\ N &= x + x \cos xy \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} = 1 + \cos xy - xy \Rightarrow$$

روش حل:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y + y \cos xy \quad (f = xy + \sin xy + \varphi(y) \text{ : انتگرال نسبت به } x)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = x + x \cos xy + \varphi'(y) \quad (1) \quad (\text{مشتق نسبت به } y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = N = x + x \cos xy \quad (2) \quad \text{پس داریم:}$$

از طرفی باید داشته باشیم:

$$\Rightarrow \varphi'(y) = 0 \Rightarrow \varphi(y) = c$$

پس جواب عمومی معادله بصورت $xy + \sin xy = c$ خواهد بود که با قرار دادن

$$c = 1 + \frac{\pi}{2} \quad xy + \sin xy = c \quad \text{خواهیم داشت}$$

$$xy + \sin xy = \frac{\pi}{2} + 1 \quad \text{و نهایتاً جواب خصوصی برابر است.}$$

نمره ۱.۴۰

۲- این معادله یک معادله کوشی - اویلر میباشد و با تغییر متغیر $x = e^t$ تبدیل به معادله زیر میگردد:

$$y_t'' - 4y_t' + 4y_t = 0 \quad (1)$$

لذا

$$p(r) = r^2 - 4r + 4 = 0 \Rightarrow (r-2)(r-2) = 0 \Rightarrow r = 2, 2$$

که $y = c_1 e^{2t} + c_2 t e^{2t}$ جواب عمومی معادله (۱) است.

حال با جایگذاری $t = \ln x$ جواب معادله دیفرانسیل $x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0$ بصورت زیر بدست می آید:

$$y(x) = c_1 x^2 + c_2 x^2 \ln x$$

نمره ۱.۴۰

۳- تمرین صفحه ۱۲۵ جواب در صفحه ۱۴۸

نمره ۱.۴۰

۴- تمرین صفحه ۱۷۰ جواب در صفحه ۱۷۹

نمره ۱.۴۰

۵- مثال صفحه ۱۹۱ منبع