تعداد سوالات : تستی : ۲۹ **تشریحی :** ۷ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۹۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)،آماررياضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - ،آمار،آماررياضی ۱۱۱۷۰۳۲ - ،آمار و کاربردها،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۷۱۵۷

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- در یک نمونه تصادفی n تایی از $N(\theta,1)$ آماره بسنده برای θ کدام است؟

۱. $\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ ۲. $\overline{X}$ ۳. $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})$ ۴. $\prod_{i=1}^{n} X_i$

۲- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی n تایی ازتوزیع $N(\theta,1)$ باشد برآوردگر گشتاوری پارامتر θ کدام است؟

۱. X_i ۲. $\overline{X}$ ۳. $\sum X_i$ ۴. $2\overline{X}$

۳- اگر x دارای توزیع نرمال استاندارد باشد چگالی $|x|$ کدام است ؟

۱. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}};\ 0<x<\infty$ ۲. $\frac{2}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}};\ 0<x<\infty$

۳. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}};\ -\infty<x<+\infty$ ۴. $\frac{2}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}};\ -\infty<x<+\infty$

۴- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع دوجمله ای منفی با پارامترهای (r،p) باشد ، برآوردگر نااریب $\frac{1}{p}$ کدام است ؟

۱. $\frac{r}{X}$ ۲. $\frac{X-1}{r-1}$ ۳. $\frac{X}{r}$ ۴. وجود ندارد

۵- فرض کنید X_1 و X_2 و X_n... نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^2)$ است . در این صورت توزیع $Y=2X_i-\overline{X}$ کدام است ؟

۱. $N\left(\mu,\frac{4n+3}{n}\sigma^2\right)$ ۲. $N\left(\mu,\frac{4n-3}{n}\sigma^2\right)$ ۳. $N\left(0,\frac{4n-3}{n}\sigma^2\right)$ ۴. $N\left(\mu,\frac{5\sigma^2}{n}\right)$

۶- فرض کنید $Y_1<Y_2<\ldots<Y_5$ آماره های ترتیبی (مرتب) نمونه ای تصادفی به حجم ۵ ازجامعه ای با چگالی $0<x<1;\ f(x)=2x$ باشند ،چگالی میانه نمونه برابر است با:

۱. $60x^3(1-x^2)\quad 0<x<1$ ۲. $120x^3(1-2x^2)\quad 0<x<1$

۳. $60x^5(1-x^2)^2\quad 0<x<1$ ۴. $120x^5(1-x^2)^2\quad 0<x<1$

تعداد سوالات : تستی : ۲۹ **تشریحی :** ۷ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۹۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)،آماررياضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - ،آمار،آماررياضی ۱۱۱۷۰۳۲ - ،آمار و کاربردها،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۷۱۵۷

۷- فرض کنید X_i , $i=1,2,...k$ **یک نمونه تصادفی** n **تایی از توزیع نرمال با میانگین** μ_i **واریانس** σ^2_i **باشدانگاه توزیع** $U=\sum_{i=1}^{k}(\frac{X_i-\mu_i}{\sigma_i})^2$ **کدام است.**

۱. نمایی ۲. نرمال ۳. گاما ۴. مربع کای دو

۸- اگر $X_1,...,X_n \sim N(\mu,\sigma^2)$ ، $S^2_{n-k}=\frac{\sum_{i=1}^{n-k-1}(x_i-\bar{x})^2}{n-k-1}$, $S^2_k=\frac{\sum_{i=1}^{k-1}(x_i-\bar{x})^2}{k-1}$ **توزیع** $\sigma^{-2}\{(k-1)S^2_k+(n-k-1)S^2_{n-k}\}$ **کدام است؟**

۱. کی دو ۲. نرمال ۳. بتا ۴. استیودنت

۹- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ **نمونه تصادفی** n **تایی از توزیع زیر است :**

$$f(x,\theta)=\begin{cases}\frac{1}{\theta} & , \quad x=1,2,\ldots,\theta \\ 0 & \text{سایرجاها}\end{cases}$$

که θ **مجهول و عددی صحیح و مثبت است .در این صورت آماره بسنده برای** θ **کدام است ؟**

۱. $\min x_i$ ۲. $\max x_i$ ۳. $\bar{X}$ ۴. وجود ندارد .

۱۰- در سوال قبل(سوال ۹) توزیع $\frac{S^2_k}{S^2_{n-k}}$ **کدام گزینه است؟**

۱. $F_{k-1,n-k}$ ۲. $F_{k,n-k}$ ۳. $F_{k-1,n-k-1}$ ۴. $F_{k,n-k-1}$

۱۱- کدام توزیع زیر عضو خانواده نمایی نیست؟

۱. نرمال ۲. دوجمله ای

۳. بتا ۴. یکنواخت

۱۲- اگر $X_1,\ldots,X_n$ **نمونه ای تصادفی از توزیع یکنواخت** $U(0,\theta)$, $0<\theta<\infty$ **باشد ، کدام گزینه صحیح است ؟**

۱. $X_{(n)}$ آماره بسنده کامل است. ۲. $X_{(n)}$ آماره بسنده کامل نیست .

۳. ۳) $X_{(n)}$ آماره کامل است ولی بسنده نیست. ۴. $X_{(n)}$ آماره بسنده است اما کامل نیست.

تعداد سوالات : تستی : ۲۹ **تشریحی :** ۷ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۹۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)،آماررياضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - ،آمار،آماررياضی ۱۱۱۷۰۳۲ - ،آمار و کاربردها،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۷۱۵۷

۱۳- فرض کنید $X_1,....,X_m$ یک نمونه تصادفی مستقل از توزیع نمایی به ترتیب با میانگین θ باشند. برآورد به روش گشتاوری (MME) پارامترمجهول کدام است ؟

۱. $X_{(1)}$ ۲. $\frac{1}{\overline{X}}$ ۳. $\overline{X}$ ۴. وجود ندارد.

۱۴- فرض کنید $X_1,....,X_n$ نمونه ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد . آنگاه آماره بسنده توام برای (α,β) کدام است ؟

$$f(x;\alpha,\beta)=\frac{\alpha}{\beta^{\alpha}}x^{\alpha-1}\ ,0<x<\beta,\alpha,\beta>0$$

۱. $\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\ X_{(1)}\right)$ ۲. $\left(\prod_{i=1}^{n}X_i\ ,\ X_{(n)}\right)$ ۳. $\left(\sum_{i=1}^{n}X_i, X_{(n)}\right)$ ۴. $\left(\prod_{i=1}^{n}X_i\ ,\ X_{(1)}\right)$

۱۵- فرض کنید $X_1,....,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $U(\theta-\frac{1}{2},\theta+\frac{1}{2})$ باشد . برآوردگر θ به روش گشتاوری(MME) کدام است ؟

۱. $\overline{X}$ ۲. $\frac{n+1}{n+2}\overline{X}$ ۳. $\frac{X_{(1)}+X_{(n)}}{2}$ ۴. $\frac{X_{(n)}+X_{(1)}}{2}$

۱۶- اگر $U_1,....,U_K$ متغیرهای تصادفی مستقل از توزیع یکنواخت $U(0,1)$ باشند ، توزیع متغیر تصادفی $-2\sum_{i=1}^{K}\log U_i$ کدام است ؟

۱. F ۲. نرمال ۳. نمایی ۴. کی دو

۱۷- فرض کنید $X_1,....,X_n$ نمونه ای تصادفی از توزیع نرمال $N(\theta,1)$ باشد ، کران پایین کرامر-رائو برای هر برآوردگر ناریب θ کدام است ؟

۱. $\frac{1}{n}$ ۲. $\frac{\theta}{n}$ ۳. $\frac{4\theta^2}{n}$ ۴. $\frac{\theta^2}{n}$

۱۸- فرض کنید $X_1,....,X_n$ نمونه ای تصادفی از توزیع نرمال $N(\theta,1)$ باشد ، که در آن $\theta\in[10,\infty)$ برآوردگر ماکزیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است ؟

۱. $\overline{X}$ ۲. $Min(10,\overline{X})$ ۳. $Max(10,\overline{X})$ ۴. $\overline{X}+\frac{10}{n}$

تعداد سوالات : تستی : ۲۹ **تشریحی :** ۷ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۹۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)،آماررياضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - ،آمار،آماررياضی ۱۱۱۷۰۳۲ - ،آمار و کاربردها،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۷۱۵۷

۱۹- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ **یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین** $\frac{1}{\theta}$ **باشد . برآوردگر ماکزیمم درستنمایی** (MLE) **پارامتر** $E(X)$ **کدام است ؟**

۱. $\bar{X}$ ۲. $\frac{1}{\bar{X}}$ ۳. $\sqrt{\frac{1}{\bar{X}}}$ ۴. $\sqrt{\bar{X}}$

۲۰- فرض کنید X_1,X_2,X_3 **متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع نرمال استاندارد هستند و** $Y=\frac{X_1+X_3}{2}$ **،توزیع** Y **برابر است با :**

۱. $N(0,1)$ ۲. $N(0,\frac{1}{2})$ ۳. $N(0,\frac{1}{3})$ ۴. $N(0,\frac{1}{4})$

۲۱- اگر X **دارای تابع چگالی احتمال** $f(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}$ **باشد ، توزیع** $\bar{X}$ **کدام است ؟**

۱. کوشی ۲. نرمال ۳. نمایی ۴. کی دو

۲۲- توزیع توام دو متغیر X،Y **به صورت** $f(x,y)=\begin{cases}a^2\ e^{-a(x+y)} & x>0,y>0\\ 0\end{cases}$ **است . میانگین** X+Y **برابر است با :**

۱. $\frac{1}{a}$ ۲. $\frac{1}{a^2}$ ۳. $\frac{2}{a}$ ۴. $\frac{1}{2a}$

۲۳- تابع مولد گشتاورهای (X،Y) **برابر** $\exp[(t_1^2+t_2^2)/2]$ **است. اگر** X،Y **مستقل باشند، توزیع** Y **کدام است ؟**

۱. N(0,1) ۲. N(1،1) ۳. کای دو ۴. تی استودنت

۲۴- اگر $X_1,\ldots,X_n$ **نمونه ای تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر** λ_i **باشند، تابع مولد گشتاور** $\sum X_i$ **کدام گزینه است؟**

۱. $\exp\sum\lambda_i(e^t-1)$ ۲. $\exp\sum\lambda_i e^t$ ۳. $\sum\exp\lambda_i(e^t-1)$ ۴. $\sum\lambda_i\exp(1-e^t)$

۲۵- کدام یک از خواص برآوردگرهای ماکسیمم درستنمایی نیست؟

۱. همواره ناریب است. ۲. به طور مجانبی سازگار است.

۳. یکتا نیستند. ۴. به طور مجانبی کارا هستند.

تعداد سوالات : تستی : ۲۹ **تشریحی :** ۷ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۹۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)،آماررياضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - ،آمار،آماررياضی ۱۱۱۷۰۳۲ - ،آمار و کاربردها،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۷۱۵۷

۲۶- فرض کنید $X_n,\ldots,X_2,X_1$ یک نمونه تصادفی با اندازه n از چگالی زیر باشد :

$$f(x)=\frac{\log(p)\,p^{x}}{p-1},0<x<1,\ p>1$$

آماره بسنده برای p کدام است :

۱. $\overline{X}$ ۲. $\prod X_i$ ۳. $\mathrm{Log}\prod X_i$ ۴. $LOG(X)$

۲۷- اگر X و Y دو متغیر تصادفی باشند که(var(X,Y وجود داشته باشند در آن صورت امیدریاضی XY برابر است با :

۱. $\mu_X\,\mu_Y+\mathrm{var}(XY)$ ۲. $\mu_X\,\mu_Y+\mathrm{var}(X)\,\mathrm{var}(Y)$

۳. $\mu_X\,\mu_Y+\dfrac{\mathrm{var}(X)}{\mathrm{var}(Y)}$ ۴. $\mu_X\,\mu_Y+\mathrm{cov}(X,Y)$

۲۸- برای آماره بسنده مینیمال کدام گزینه صحیح است ؟

۱. آماره بسنده شامل بیش ترین نمونه است که خلاصه سازی را ایجاد می کند .

۲. آماره ای که شامل تمام اطلاعات نمونه است که کمترین خلاصه سازی را ایجاد می کند .

۳. آماره ای شامل کمترین اطلاعات نمونه است که خلاصه سازی را ایجاد می کند.

۴. آماره ای شامل تمام اطلاعات نمونه است که بیش ترین خلاصه سازی را ایجاد می کند

۲۹- چگالی توزیع مربع کای باn درجه آزادی کدام است؟

۱. $\dfrac{(\frac{1}{2})^{\frac{n}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2})}x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}\text{،}\ X>0$

۲. ۱) $\dfrac{2^{\frac{n}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2})}x^{\frac{n}{2}}e^{-\frac{x}{2}}\text{،}\ X>0$

۳. ۱) $\dfrac{1}{2^{n}\Gamma(\frac{n}{2})}x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}\text{،}\ X>0$

۴. ۱) $\dfrac{\Gamma\frac{n}{2}}{2^{n}}x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}\text{،}\ X>0$

تعداد سوالات : تستی : ۲۹ **تشریحی :** ۷ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۹۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)،آماررياضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - ،آمار،آماررياضی ۱۱۱۷۰۳۲ - ،آمار و کاربردها،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۷۱۵۷

سوالات تشریحی

۱- هرگاه توزیع توام X،Y به صورت ۱،۰۰ نمره

$$f_{X,Y}(x,y)=e^{-(x+y)} \quad , \quad x,y>0$$

باشد توزیع X/Y رابیابید.

۲- قانون ضعیف اعداد بزرگ را بیان و اثبات کنید. ۱،۰۰ نمره

۳- در یک نمونه n تایی از ۱،۰۰ نمره

$$f(x)=\theta x^{\theta-1} \quad 0<x<1,\theta>0$$

مطلوبست محاسبه برآوردگر درستنمایی ماکزیمم $\frac{\theta}{1+\theta}$.

۴- اگر $X \sim F_{m,n}$ مطلوبست محاسبه EX. ۱،۰۰ نمره

۵- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $U(\theta,\theta+1)$ باشد . اگر ۱،۰۰ نمره

$T_1=\overline{X}-\frac{1}{2}, T_2=X_{(n)}-\frac{n}{n+1}$ باشند ، MSE برآوردگرهای T_2 و T_1 را بیابید.

۶- فرض کنید $X_1, X_2, \ldots X_n$ نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت در فاصله $(\theta,\theta+1)$ باشد ، در این صورت ۱،۰۰ نمره
آماره بسنده (کافی) θ رابیابید.

۷- اگر $X_1,\ldots,X_n$ نمونه ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر θ باشد ، آنگاه بهترین برآوردگر ناریب ۱،۰۰ نمره
(UMVUE) برای $P(X_1=0)=e^{-\theta}$ را بیابید.