

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۶ - ، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۲)

۱- هرگاه V و W فضاهای برداری متناهی البعد با بعد به ترتیب n و m بوده و همچنین A نمایش ماتریس تبدیل خطی T از V به W نسبت به دو پایه دلخواه باشد آنگاه کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

۱. رتبه T برابر رتبه ماتریس A است.

۲. رتبه ماتریس A برابر تعداد ستون های مستقل خطی A است

۳. رتبه ماتریس A برابر تعداد سطرها های مستقل خطی A است

۴. تعداد ستون های A - رتبه A = پوچی T

۲- فرض کنید $T \in L(V)$ و V متناهی البعد باشد در اینصورت کدام گزینه زیر صحیح است؟

۱. پوشاست T .۱

۲. T یک به یک است

۳. T یک به یک است اگر و تنها اگر کراندار باشد.

۴. T یک به یک است اگر و تنها اگر پوشا باشد.

۳- فرض کنید X یک فضای برداری نرم دارو $A, B \subseteq X$ و همچنین $A + B = \{a + b : a \in A, b \in B\}$. کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

۱. اگر A باز باشد $A + B$ نیز باز است.

۲. اگر A, B بسته باشند $A + B$ نیز بسته است.

۳. اگر A, B فشرده باشند $A + B$ نیز فشرده است.

۴. اگر A, B باز باشند $A \cap B$ نیز باز است.

۴- فرض کنید $T \in L(R^n, R^m)$. آنگاه برای هر $x \in R^n$ ،

۱. $T' = T$.۱

۲. $T'(x)$ وجود ندارد.

۳. $T' = 0$.۳

۴. $T'(x) = T$.۴

۵- کدام گزینه در مورد تابع $f : R^2 \rightarrow R$ با ضابطه $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ صحیح است؟

۱. $D_1 f, D_2 f$ بر R^2 توابعی کراندارند اما f پیوسته نیست.

۲. $D_1 f, D_2 f$ بر R^2 توابعی کراندارند و f پیوسته است.

۳. تابع f در $(0, 0)$ مشتق پذیر است.

۴. $D_1 f, D_2 f$ بر R^2 توابعی کراندار نیستند

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۶ - ، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۲)

۶- هرگاه f یک نگاشت C^1 از مجموعه باز $D \subseteq R^n$ به R^n و $f'(x)$ به ازای هر $x \in D$ وارون پذیر باشد در اینصورت

۱. f نگاشت باز است اما بطور موضعی یک به یک نیست. ۲. f بطور موضعی یک به یک است اما f باز نیست.

۳. f باز است و بطور موضعی یک به یک. ۴. f نه باز است نه بطور موضعی یک به یک.

۷- فرض کنید $f: R^n \times R^m \rightarrow R^k$ تابعی دو خطی و $(x, y) \in R^n \times R^m$ نقطه دلخواه باشد آنگاه کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

۱. Df نسبت به (x, y) خطی است. ۲. در (x, y) مشتق پذیر است.

۳. $D^2 f(x, y) = Df$ ۴. $D^3 f(x, y) \neq 0$

۸- کدام گزینه در مورد تابع $f: R^2 \rightarrow R$ با ضابطه $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ نادرست است؟

۱. f در هر نقطه از R^2 پیوسته است. ۲. $D_1 f, D_2 f$ در هر نقطه از R^2 پیوسته اند.

۳. $D_{12} f, D_{21} f$ در هر نقطه از R^2 پیوسته اند ۴. $D_{21} f(0, 0) = -1$ و $D_{12} f(0, 0) = 1$

۹- اگر $f: I \rightarrow R$ (I بازه ای در R^n) یک تابع کراندار باشد کدام گزینه زیر صحیح است؟

۱. $\int_I f = \inf U(P, f)$ ۲. $\int_I f = \sup U(P, f)$ ۳. $\int_I f = \sup L(P, f)$ ۴. $\int_I f = \inf L(P, f)$

۱۰- فرض کنید تابع $f: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow R$ بصورت $f(x, y) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$ تعریف شده باشد در اینصورت کدام

گزینه زیر صحیح است؟

۱. $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = 1$ ۲. $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = \frac{1}{2}$ ۳. $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = 0$ ۴. $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = -\frac{1}{2}$

۱۱- کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

۱. هر زیر مجموعه نامتناهی از R^n دارای اندازه صفر است. ۲. هر زیر مجموعه شمارا از R^n دارای اندازه صفر است.

۳. اگر قدر مجموعه A صفر باشد اندازه A نیز صفر است. ۴. اگر A فشرده با اندازه صفر باشد A با قدر صفر است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۲)

۱۲- کدام گزینه در مورد تابع $f: [0,1] \times [0,1] \rightarrow R$ که بصورت

$$\text{تعریف } f(x, y) = \begin{cases} 1 & x \notin Q \\ 1 & x \in Q, y \notin Q \\ 1 - \frac{1}{q} & y \in Q, x = \frac{p}{q}, (p, q) = 1 \end{cases}$$

می شود صحیح نیست؟

۱. $\int_0^1 f(x, y) dy = 1$ برای هر x که گنگ باشد داریم

۲. $\int_0^1 f(x, y) dy = 1$ برای هر x که گویا باشد داریم

۳. f در این بازه انتگرالپذیر نیست.

۴. $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = 1$

۱۳- مساحت محدود به منحنی های $y = 2x$ ، $y = x$ ، $y = \frac{1}{x}$ و $y = \frac{2}{x}$ در R^2 برابر کدام مقدار زیر است؟

۱. $\ln 2$ ۲. $4 \ln 2$ ۳. 2 ۴. $\frac{1}{2} \ln 2$

۱۴- حاصل $\int_0^{\infty} e^{-x^2}$ کدام مقدار زیر است؟

۱. $\frac{\pi}{2}$ ۲. π ۳. $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ۴. $\sqrt{\pi}$

۱۵- اگر D نیم قرص $\{(x, y) : y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$ باشد حاصل $\int_D \frac{(x+y)^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}} dx dy$ کدام مقدار زیر است؟

۱. $\frac{2 - \sqrt{2}}{3} \pi$ ۲. $\frac{2 + \sqrt{2}}{3} \pi$ ۳. $\frac{2}{3} \pi$ ۴. $\frac{\sqrt{2}}{3} \pi$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۲)

۱۶- اگر $\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_k\}$ پایه ای برای V^* باشد $\{\phi_l = \phi_{i_1} \wedge \dots \wedge \phi_{i_p}; 1 \leq i_1, \dots, i_p \leq k\}$ یک پایه بر $\Lambda^p(V^*)$ می باشد در این صورت کدام گزینه در مورد $\dim \Lambda^p(V^*)$ صحیح است؟

$$\dim \Lambda^p(V^*) = \frac{k!}{p!(k-p)!} \quad .۲ \quad \dim \Lambda^p(V^*) = \frac{k!}{p!} \quad .۱$$

$$\dim \Lambda^p(V^*) = \frac{p!}{k!(k-p)!} \quad .۴ \quad \dim \Lambda^p(V^*) = k!(k-p)! \quad .۳$$

۱۷- کدام گزینه زیر نادرست می باشد؟

۱. تانسور متناوب است هرگاه با تعویض دو جمله علامت تانسور عوض شود.
۲. تمام ۱-تانسور ها متناوب اند.
۳. ضرب نقطه ای متناوب است.
۴. دترمینان یک تانسور متناوب است.

۱۸- کدام یک از گزینه های زیر یک ۳-فرم در R^3 است؟

$$\Omega = xdx + ydy + zdx \quad .۲ \quad \mu = x + y + z \quad .۱$$

$$\theta = x^2 dx \wedge dy + y^2 dy \wedge dz + z^2 dx \wedge dz \quad .۴ \quad \Psi = xy^2 dx \wedge dy \wedge dz \quad .۳$$

۱۹- فرض کنید γ یک سطح یک بعدی در R^2 با قلمرو $[0,1]$ باشد که بصورت $\gamma(t) = (t+1, t^2-1)$ تعریف شده است و

$$\int_{\gamma} \omega \quad \omega = xdy + ydx \quad \text{در این صورت حاصل } \int_{\gamma} \omega \text{ برابر کدام مقدار زیر است؟}$$

۱. -2
۲. -1
۳. 2
۴. 1

۲۰- در مورد ضرب تانسوری کدام رابطه زیر برقرار نیست؟

$$T \otimes S = S \otimes T \quad .۲ \quad S \otimes (T_1 + T_2) = S \otimes T_1 + S \otimes T_2 \quad .۱$$

$$(S \otimes T) \otimes U = S \otimes (T \otimes U) \quad .۴ \quad (aS) \otimes T = S \otimes (aT) \quad .۳$$

۲۱- عبارت "فرم های بسته در مجموعه های باز و محدب کامل اند" بیانگر کدام گزینه است؟

۱. قضیه دترمینان
۲. قضیه استوکس
۳. لم پوانکاره
۴. قضیه گاوس-ژردان

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۲)

۲۲- مشتق خارجی d روی فرم های هموار بر مجموعه باز $U \subseteq R^k$ دارای کدام خواص زیر نیست؟

۱. خطی بودن
۲. قانون ضربی
۳. قانون هم دوری
۴. حفظ مرتبه فرم بر اثر مشتق خارجی روی یک P فرم

۲۳- اگر Q^k یک سادک k -بعدی باشد کدام عبارت زیر درست می باشد؟

۱. Q^0 شامل یک نقطه و یک راس است
۲. Q^1 شامل دو نقطه و یک راس است
۳. Q^2 شامل دووجه و دو راس است
۴. Q^3 شامل سه وجه و سه راس است

۲۴- کدام گزینه زیر درست نمی باشد

۱. سادک Q^k کوچکترین زیر مجموعه محدب R^k است که حاوی e_0, e_1, \dots, e_k است.
۲. درمینان سادک سه بعدی مستوی جهت دار $\sigma_1 = [0, e_1, e_1 + e_2, e_1 + e_2 + e_3]$ برابر صفر است.
۳. نگاشت های مستوی مجموعه محدب را به مجموعه های محدب می برند.
۴. هرگاه $k \geq 2$ و $\sigma = [p_0, p_1, \dots, p_k]$ یک سادک k بعدی مستوی جهت دار باشد $\partial^2 \sigma = 0$.

۲۵- کدام گزینه زیر صحیح نمی باشد؟

۱. اگر w در E یک k -فرم کامل باشد $(k-1)$ -فرم λ ای وجود دارد که $d\lambda = \omega$
۲. اگر w در E یک k -فرم بسته باشد در اینصورت $d\omega = 0$.
۳. اگر w در E یک k -فرم بسته باشد در اینصورت به ازای هر زنجیر $(k+1)$ بعدی Ψ از C^2 در E ، انتگرال w روی مرز Ψ برابر صفر است.
۴. اگر Ψ یک زنجیر $(k+1)$ بعدی در E و λ یک $(k-1)$ -فرم در E و هر دو از رده C^2 باشند در اینصورت $\int_{\Psi} d^2 \lambda = 1$.

سوالات تشریحی

- ۱- فرض کنید V یک فضای برداری نرمدار و $L(V)$ فضای عملگرهای خطی روی V و Ω مجموعه عملگرهای 1.75 نمره وارون پذیر روی V باشد. ثابت کنید Ω زیر مجموعه بازی از $L(V)$ است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۶ - ، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۲)

نمره ۱.۷۵

۲- فرض کنید f زیر مجموعه باز D در R^n را به R^m بنگارد و در $x \in D$ مشتق پذیر باشد. ثابت کنید مشتقات جزئی $(D_j f_i)(x)$ موجودند و داریم

$$f'(x)e_j = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x)u_i, \quad (1 \leq j \leq n)$$

نمره ۱.۷۵

۳- ثابت کنید مشتق خارجی هر فرم منحصر به فرد است.

نمره ۱.۷۵

۴- فرض کنید $\omega = \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$ یک ۱-فرم و برای $r > 0$ ، $\gamma(t) = (r \cos t, r \sin t)$ بطوریکه $0 \leq t \leq 2\pi$ ،

یک منحنی در $R^2 - \{0\}$ باشد ثابت کنید

$$\int_{\gamma} \omega = 2\pi$$