



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: آشنایی بانظریه تصمیم

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۶

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- کدام از روابط زیر برقرار نیست؟

$$1. \frac{1}{E(X)} \leq E\left(\frac{1}{X}\right)$$

$$2. \text{تابع } \frac{1}{X} \text{ روی هر بازه ای محدب است.}$$

$$3. \text{تابع } g(x, y) = x^2 y^2 \text{ با شرط ثابت بودن } X \text{ یا } Y \text{ محدب است.}$$

$$4. \sqrt{E^2(X) + E^2(Y)} \leq E(\sqrt{X^2 + Y^2})$$

۲- دو نمودر زیر را در نظر بگیرید.

$$C_1 = \left(a_1, a_2, a_3; \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{5}\right)$$

$$C_2 = \left(a_1, a_2, a_3; \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$$

نمودر آمیخته $C = \frac{1}{3}C_1 + \frac{2}{3}C_2$ کدام است؟

$$1. C = \left(a_1, a_2, a_3; \frac{1}{3}, 1, \frac{2}{3}\right)$$

$$1. C = \left(a_1, a_2, a_3; \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right)$$

$$2. C = \left(a_1, a_2, a_3; \frac{12}{30}, \frac{11}{30}, \frac{7}{30}\right)$$

$$3. C = \left(a_1, a_2, a_3; \frac{12}{30}, \frac{7}{30}, \frac{11}{30}\right)$$

۳- نمودهای زیر را در نظر بگیرید.

$$C_1 = \left(a_1, a_2, a_3; \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{5}\right)$$

$$C_2 = \left(a_1, a_2, a_3; \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$$

$$C = \frac{1}{3}C_1 + \frac{2}{3}C_2$$

و همچنین فرض کنید $a_1 = 1, a_2 = 2a_1, a_3 = 3a_1$. در این صورت در مورد C, C_1, C_2 چه می توان گفت؟

$$1. C \text{ بر } C_2 \text{ برتری دارد.}$$

$$2. C \text{ بر } C_1 \text{ و } C_2 \text{ برتری دارد.}$$

$$3. C \text{ بر } C_1 \text{ برتری دارد.}$$

$$4. C_1 \text{ و } C_2 \text{ بر } C \text{ برتری دارند.}$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: آشنایی بانظریه تصمیم

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۶

۴- بیان رابطه برتری کدام اصول زیر با عقل سلیم سازگارند؟

۱. اصل انتقال پذیری ۲. اصل آمیختگی ۳. اصل پیوستگی ۴. همه موارد

۵- فرض کنید $X \sim B\left(10, \frac{1}{2}\right)$, $Y \sim B\left(10, \frac{1}{4}\right)$, $Z \sim B\left(10, \frac{1}{5}\right)$. در صورتی که تابع ارزندگی $U(X) = X^2$ باشد. کدام

کار برتر است؟

۱. X برتر است. ۲. Y برتر است.
۳. Z برتر است. ۴. بستگی به شرایط خاصی دارد.

۶- فرض کنید $X' = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ نمونه ای تصادفی از $N(\theta, 1)$ باشد. کار a با گزینش \bar{X} به عنوان برآوریاب θ با تابع زیان $L(\theta, a) = W(\theta)(\theta - a)^2$ باشد. اگر $W(\theta) = 1$ باشد، تابع ریسک \bar{X} کدام است؟

۱. $\frac{1}{n}$ ۲. $\frac{n-1}{n}$ ۳. ۱ ۴. $\frac{a}{n}$

۷- فرض کنید $X' = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ نمونه ای تصادفی از $N(\theta, 1)$ با تابع زیان $L(\theta, a) = W(\theta)(\theta - a)^2$ باشد. اگر $W(\theta) = \theta^2$ و θ دارای چگالی پیشین یکنواخت در فاصله $(-1, 1)$ باشد، تابع ریسک \bar{X} کدام است؟

۱. $\frac{1}{n}$ ۲. $\frac{n-1}{n}$ ۳. $\frac{1}{3n}$ ۴. $\frac{n-1}{n+1}$

۸- فرض کنید $X' = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ نمونه ای تصادفی از $N(\mu, \sigma^2)$ باشد. برای برآورد، تابع تصمیم $d_b(X) = bS^2$ را با تابع زیان درجه ۲ در نظر بگیرید. به ازای چه مقداری از b تابع ریسک مینیمم است؟

۱. $\frac{1}{3n}$ ۲. $\frac{n-1}{n+1}$ ۳. $\frac{n-1}{n}$ ۴. $\frac{1}{n}$

۹- فرض کنید $X' = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ نمونه ای تصادفی از $N(\mu, \sigma^2)$ با تابع زیان به صورت

$L(\sigma^2, a) = \frac{a}{\sigma^2} - 1 - \log\left(\frac{a}{\sigma^2}\right)$ باشد. برای برآورد، تابع تصمیم $d_b(X) = bS^2$ به ازای چه مقداری از b تابع ریسک

مینیمم است؟

۱. $b = 1$ ۲. $b = 2$ ۳. $b = \sqrt{2}$ ۴. $b = \frac{1}{2}$

۱۰- کدام گزینه درباره تابع $L(\theta, a) = |\theta - a|$ صحیح است؟

۱. تابع زیان خطی نامیده می شود. ۲. تابع زیان درجه دوم نامیده می شود.
۳. تابع زیان صفر و یک نامیده می شود. ۴. تابع زیان خطای مطلق نامیده می شود.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: آشنایی بانظریه تصمیم

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۶

۱۱- فرض کنید $X' = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ نمونه ای تصادفی از $N(\theta, 1)$ باشد. اگر θ دارای توزیع پیشین $N(0, 2)$ باشد. برآورد بیز با تابع زیان درجه ۲ با فرض $n < 5$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{\bar{X}}{1+2n} \quad .4 & \frac{2n\bar{X}}{1+2n} \quad .3 & \frac{\bar{X}}{2n} \quad .2 & \frac{(1+2n)\bar{X}}{2n} \quad .1 \end{array}$$

۱۲- فرض کنید X با یافته x از توزیع یکنواخت روی فاصله $(0, \theta)$ باشد. اگر تابع زیان به صورت

$$\pi(\theta) = \begin{cases} \theta e^{-\theta} & \theta > 0 \\ 0 & \text{ایر جاها} \end{cases} \quad L(\theta, d) = (d - \theta)^2$$

چگالی پیشین θ به صورت زیر باشد

بیز کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{1}{x} \quad .4 & \frac{1}{x+1} \quad .3 & x \quad .2 & x+1 \quad .1 \end{array}$$

۱۳- فرض کنید X دارای توزیع یکنواخت در فاصله $(0, \theta)$ با تابع زیان قدرمطلق و چگالی پیشین $\pi(\theta) = \theta e^{-\theta}$ $\theta > 0$ باشد. تصمیم بیزی میانه چگالی پسین کدام است؟

$$\begin{array}{llll} x + \log 2 \quad .4 & x \log 2 \quad .3 & \frac{x}{\log 2} \quad .2 & \frac{x+1}{\log 2} \quad .1 \end{array}$$

۱۴- فرض کنید $X' = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ نمونه ای تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر λ باشد. اگر λ دارای چگالی پیشین $\pi(\lambda) = e^{-\lambda}$ ، $\lambda > 0$ باشد. چگالی پسین λ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} .1 \text{ پواسن با پارامتر } (n+1)\lambda & .2 \text{ پواسن با پارامتر } n\lambda \\ .3 \text{ پواسن با پارامتر } \frac{\lambda}{n+1} & .4 \text{ پواسن با پارامتر } \frac{\lambda}{n} \end{array}$$

۱۵- فرض کنید $X' = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ نمونه ای تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر λ باشد. اگر λ دارای چگالی پیشین $\pi(\lambda) = e^{-\lambda}$ ، $\lambda > 0$ باشد. چگالی پسین λ برآورد بیز پارامتر λ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{\lambda}{n+1} \quad .1 & (n+1)\lambda \quad .2 & n\lambda \quad .3 & \frac{\lambda}{n} \quad .4 \end{array}$$

۱۶- فرض کنید $X' = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ نمونه ای تصادفی از $B(1, \theta)$ باشد و θ دارای توزیع پیشین $(0, 1)$ باشد. در این صورت به ازای چه مقداری از آماره با تابع زیان درجه ۲ یک برآورد مینیماکس برای θ است؟

$$\begin{array}{llll} .1 \quad a = \sqrt{n}, b = \frac{\sqrt{n}}{2} & .2 \quad a = b = \sqrt{n} & .3 \quad a = \frac{\sqrt{n}}{2}, b = \sqrt{n} & .4 \quad a = b = \frac{\sqrt{n}}{2} \end{array}$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: آشنایی بانظریه تصمیم

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۶

۱۷- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای تصادفی با میانگین μ و واریانس یک باشد. نشان دهید که $d = a\bar{X}$ با $a > 1$ و $d_1 = \bar{X}$ برآوردیاب هایی برای μ با تابع زیان درجه ۲ باشد. در این صورت کدام عبارت برقرار است؟

۱. d بهتر از d_1 بوده و d_1 ناروا است.
 ۲. d_1 بهتر از d بوده و d ناروا است.
 ۳. d بهتر از d_1 بوده و d ناروا است.
 ۴. d_1 بهتر از d بوده و d_1 ناروا است.

۱۸- کارهای روا در میان تمام کارهای آمیخته کدام است؟

کار / طبیعت	a_1	a_2	a_3
θ_1	۲	۴	۴
θ_2	۴	۰	۲

۱. نقاط خط $a_2 a_3$ نقاط زیان کارهای روا است.
 ۲. نقاط خط $a_1 a_3$ نقاط زیان کارهای روا است.
 ۳. نقاط خط $a_1 a_2$ نقاط زیان کارهای روا است.
 ۴. کلیه نقاط خط نقاط زیان کارهای روا است.

۱۹- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0, \theta)$ باشد. اگر $U = \bar{X}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$ به عنوان برآوردیاب

برای θ با تابع زیان $L(\theta, a) = (\theta - a)^2$ باشد. تابع ریسک کدام است؟

۱. $\frac{2\theta}{n}$.۲ $\frac{\theta}{n}$.۳ $\frac{2\theta^2}{n}$.۴ $\frac{\theta^2}{n}$

۲۰- فرض کنید d_b تصمیمی بیز نسبت به چگالی پیشین $\pi(\theta)$ باشد. اگر تابع ریسک d_b ، یعنی $R_{d_b}(\theta)$ روی T (فضای پارامتر مجموعه اوضاع طبیعت) ثابت باشد. در این صورت کدام عبارت نادرست است؟

۱. d_b یک تصمیم بیز است.
 ۲. d یک تصمیم بیز است.
 ۳. $\max_{\theta \in T} R_{d_b}(\theta) \leq \max_{\theta \in T} R_d(\theta)$
 ۴. $\max_{\theta \in T} R_{d_b}(\theta) = r_{d_b, \pi}$

سوالات تشریحی

نمره ۲،۰۰

۱- فرض کنید $X' = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ نمونه ای تصادفی از $N(\theta, 1)$ باشد. تصمیم d را گزینش یک آماره، به عنوان برآوردیاب برای θ در نظر بگیرید. اگر تابع زیان به صورت $L(\theta, a) = \theta^2(\theta - a)^2$ و θ دارای چگالی پیشین یکنواخت در فاصله $(-1, 1)$ باشد. کدام یک از تصمیمهای زیر یک تصمیم بیز است؟

$$d_1 = \bar{X}, \quad d_2 = \frac{\bar{X}}{2}, \quad d_3 = \bar{X} - 1$$

نمره ۲،۰۰

۲- فرض کنید $X' = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ نمونه ای تصادفی از $B(1, \theta)$ باشد. مقادیر a, b را به گونه ای پیدا کنید

تا آماره $d = \frac{a + n\bar{X}}{b + n}$ با تابع زیان در جه دوم بتواند برآوردیابی مینیماکس برای θ باشد؟



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آشنایی بانظریه تصمیم

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۶

۳- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای تصادفی با میانگین μ و واریانس یک باشد. نشان دهید که $d = a\bar{X}$ با $a > 1$ برآوریابی ناروا برای μ با تابع زیان درجه ۲ می باشد.

۴- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_{25} نمونه ای تصادفی از $N(\mu, 4)$ باشد. فرم ناحیه بحرانی برای آزمون $H_0: \mu = 0$ را $H_1: \mu = 1$ در مقابل H_1 را بدست آورید؟

۱.۰۰ نمره

۲.۰۰ نمره