



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی ۱۱۱۷۱۵۶)

۱- اگر $P_n \downarrow$ باشد آنگاه $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$ برابر است با:

$$P(UA'_n) \quad .1 \quad P(UA_n) \quad .2 \quad P(\cap A'_n) \quad .3 \quad P(\cap A_n) \quad .4$$

۲- متغیر تصادفی X دارای تابع مولد احتمال $e^{-\lambda(1-s)}$ می باشد. گشتاور فاکتوریل مرتبه دوم X برابر است با:

$$\lambda - \lambda^2 \quad .1 \quad \lambda + \lambda^2 \quad .2 \quad \lambda^2 \quad .3 \quad \lambda \quad .4$$

۳- واریانس توزیع هندسی کدام است؟

$$\frac{q}{p} \quad .1 \quad \frac{1}{p} \quad .2 \quad \frac{q}{p^2} \quad .3 \quad \frac{q^2}{p^2} \quad .4$$

۴- فرض کنید X دارای توزیع نمایی با پارامتر ۱ باشد. اگر $X=x$ آنگاه Y دارای توزیع پواسن با پارامتر x است مقدار $E(Y)$ کدام است؟

$$1 \quad .1 \quad 2 \quad .2 \quad 0.5 \quad .3 \quad \frac{x}{2} \quad .4$$

۵- سکه سالمی را ۳ بار پرتاب می کنیم اگر A پیشامد یک شیر و B پیشامد دو خط باشد. ضریب همبستگی بین I_A, I_B چقدر است؟

$$0.98 \quad .1 \quad -1 \quad .2 \quad 0 \quad .3 \quad 1 \quad .4$$

۶- در فرآیند پواسن ضریب همبستگی N_s و N_t به شرط $t=s+u \quad u>0$ برابر است با:

$$\sqrt{\frac{t}{t+u}} \quad .1 \quad \sqrt{\frac{s}{s+u}} \quad .2 \quad \sqrt{\frac{s}{t+u}} \quad .3 \quad \sqrt{\frac{t}{s+u}} \quad .4$$

۷- در میدان نبرد گلوله توپی براساس فرآیند پواسن با میانگین ۲۱ گلوله در ساعت شلیک می شود. تعداد کشته و زخمی ها متغیری تصادفی و مستقل از فرآیند شلیک گلوله ها دارای توزیع هندسی با پارامتر $0/3$ است پس از ۵ ساعت شلیک تعداد موردانتظار تعداد کشته ها و مجروحان چقدر است؟

$$250 \quad .1 \quad 450 \quad .2 \quad 350 \quad .3 \quad 200 \quad .4$$

۸- فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی با توزیع پواسن باشد. توزیع X به شرط آنکه $X+Y$ معلوم باشد کدام است؟

$$0.1 \quad \text{نمایی} \quad .1 \quad 0.2 \quad \text{دوجمله ای} \quad .2 \quad 0.3 \quad \text{هندسی} \quad .3 \quad 0.4 \quad \text{پواسن} \quad .4$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی ۱۱۱۷۱۵۶)

۹- فرض کنید $\{X_t, t \geq 0\}$ یک فرآیند براوانی با پارامتر $\sigma = 1$ باشد. احتمال اینکه این فرآیند پس از یک واحد زمان در بازه $(1, -1)$ باشد. چقدر است؟
 $\Phi(1) = 0.8413$

۰/۱۵۸۷ .۴

۰/۸۴۱۳ .۳

۰/۶۸۲۶ .۲

۰/۴۳۱۳ .۱

۱۰- زنجیر مارکوفی با ماتریس احتمال انتقال زیر در نظر بگیرید. مقدار $P(X_2 = 2, X_1 = 1, X_0 = 0)$ برابر است با:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \pi_0(0) = \frac{1}{3}$$

$\frac{1}{27}$.۴

$\frac{2}{27}$.۳

$\frac{1}{9}$.۲

$\frac{2}{9}$.۱

۱۱- در فرآیند قدم زدن تصادفی احتمال آنکه متحرک پس از ۲ واحد زمانی در نقطه صفر قرار گیرد، کدام است؟

$2qr$.۴

$2pr$.۳

$2pq + r^2$.۲

$2pq^2 + r$.۱

۱۲- اگر وضعیت X گذرا باشد. کدام گزینه درست است؟

$f_{xx} > 1$.۲

$f_{xx} = 1$.۱

۰۴ با احتمال $1 - f_{xx}$ به X بازمی گردد.

$f_{xx} < 1$.۳

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی ۱۱۱۷۱۵۶)

۱۳- زنجیر مارکف با ماتریس انتقال

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

رادر نظر بگیرید. مقدار (P_{01}^2, f_{01}^2) برابر است با:

۴. $\left(\frac{5}{9}, \frac{2}{9}\right)$

۳. $\left(\frac{3}{9}, \frac{4}{9}\right)$

۲. $\left(\frac{2}{9}, \frac{2}{9}\right)$

۱. $\left(\frac{4}{9}, \frac{2}{9}\right)$

۱۴- در چه شرایطی زنجیر مارکف زدن تصادفی ساده یک زنجیر مارکف ناپذیر گذرا خواهد بود؟

۱. $p = q, pq > 0$ ۲. $p = q, pq < 0$ ۳. $p \neq q, pq > 0$ ۴. $p \neq q, pq < 0$

۱۵- در مساله ورزشکستگی قمار باز اگر $q > p$ باشد $\lim_{b \rightarrow \infty} \alpha_p$ احتمال ورزشکستگی شخص با سرمایه a برابر است با:

۴. $\left(\frac{q^a}{p}\right)$

۳. $\left(\frac{q}{p}\right)^a$

۲. $\left(\frac{p}{q}\right)^a$

۱. ۱

۱۶- اگر تابع احتمال ξ تعداد نوزادان هر فرد بصورت $P(\xi = k) = pq^k, k = 0, 1, 2, \dots$ باشد احتمال انقراض ρ کدام است؟

۴. $\frac{p}{q}$

۳. $\frac{q}{p}$

۲. ۱

۱. $\frac{p}{1-qs}$

۱۷- فرض کنید $\varphi(s) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}s + \frac{1}{3}s^2$ تابع مولد نسل دوم در $(s=0)$ $\varphi_p(0)$ برابر است با:

۴. $\frac{5}{27}$

۳. $\frac{6}{27}$

۲. $\frac{13}{27}$

۱. $\frac{2}{27}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی ۱۱۱۷۱۵۶)

-۱۸

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

و توزیع آغازین زنجیر مارکف $\{X_n, n \geq 0\}$ با ماتریس احتمال انتقال

کدام است؟ $P(X_1 = 1 | X_0 = 1)$ باشد. $\pi_0(1) = \pi_0(2) = 0/4, \pi_0(0) = 0/2$

- ۰/۴۵ .۴ ۰/۵۵ .۳ ۰/۵ .۲ ۰/۲۵ .۱

-۱۹ اگر زنجیر $\{X_n, n \geq 0\}$ گذرا و تحویل ناپذیر باشد. کدام گزینه درست است؟

- ۰۱ توزیع مانا همواره وجود دارد.
۰۲ توزیع مانا وجود دارد و یکتاست.
۰۳ توزیع مانا تحت شرایطی وجود دارد.
۰۴ توزیع مانا موجود نیست.

-۲۰ فرض کنید π توزیع مانای زنجیر مارکف $\{X_n, n \geq 0\}$ و X بازگشتی پوچ باشد. در اینصورت می باشد.

- ۰۱ $\pi(x) \neq 0$ ۰۲ $\pi(x) = 0$ ۰۳ $\pi(x) < 0$ ۰۴ $\pi(x) > 0$

-۲۱

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

در زنجیر مارکف دو حالتی با ماتریس احتمال انتقال مقدار f_{00}^3 برابر است با:

- ۰۱ $\frac{3}{8}$ ۰۲ $\frac{3}{4}$ ۰۳ $\frac{1}{8}$ ۰۴ $\frac{1}{4}$

-۲۲ کدام یک از زنجیرهای زیر نادره ای است؟

- ۰۱ زنجیر ارنفست
۰۲ زنجیر تعدیل شده ارنفست
۰۳ زنجیر قدم زدن تصادفی اگر $f_x^* > 0$ باشد.
۰۴ ب و ج

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی ۱۱۱۷۱۵۶)

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

۲۳- شرط لازم و کافی برای آنکه زنجیر زمان- پیوسته دارای ویژگی مارکف باشد. کدام است؟

۰۱. T_x دارای توزیع پواسن باشد.
۰۲. T_x دارای توزیع نمایی باشد.
۰۳. T_x دارای توزیع هندسی باشد.
۰۴. T_x دارای توزیع نرمال باشد.

۲۴- کدام گزینه درست است؟

۰۱. هر فرآیند زایشی محض بانرخ ثابت یک فرآیند شاخه ای است.
۰۲. هر فرآیند زایشی محض بانرخ ثابت یک فرآیند پواسن است.
۰۳. هر فرآیند پواسن یک فرآیند زایشی محض بانرخ ثابت است.
۰۴. ب و ج درست است

۲۵- فرض کنید $E = \{0, 1, 2, \dots\}$ به ازاء $\begin{cases} \lambda, \gamma = x + 1 \\ \mu, \gamma = 0 \end{cases}$ q_{xy} باشد. آنگاه q_{xx} برابر است با:

۰۱. $-(\lambda - \mu)$ ۰۲. $\lambda - \mu$ ۰۳. $-(\lambda + \mu)$ ۰۴. $\lambda + \mu$

سوالات تشریحی

۲،۳۳ نمره

۱- در زنجیر مارکف $\{X_n, n \geq 0\}$ با احتماله‌های تغییر وضعیت

$\frac{1}{3}$	۰	$\frac{2}{3}$	۰
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	۰	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	۰	$\frac{1}{3}$

رادرنظر بگیرید.

مطلوب است:

الف: تعیین دسته های هم ارزی

ب: تعیین حالت‌های گذرا و برگشت پذیری

۱،۱۷ نمره

۲- فرض کنید ξ ، تعداد نوزادان هر فرد، دارای توزیع هندسی $(p + q = 1)$

باشد. احتمال انقراض را بیابید؟ $p\{\xi = k\} = pq^k \quad k = 0, 1, 2, \dots$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی ۱۱۱۷۱۵۶)

۳- اگر X متغیر تصادفی نامنفی و پیوسته دارای ویژگی بیحافظگی باشد ثابت کنید X دارای توزیع نمایی است. ۱۰۱۷ نمره

۱۰۱۷ نمره

۴- زنجیر مارکوف دو حالتی $\{X_n, n \geq 0\}$ با ماتریس احتمالات تغییر وضعیت

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

باشد مقدار ۴

$E_0(T_0)$ را حساب کنید.

۱۰۱۶ نمره

۵- معادله پسر و کلموگروف را برای یک فرآیند زمان-پیوسته بیان و اثبات کنید.