



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۵) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۷۸)

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

$$-1 \quad \text{حد دنباله ی } Z_n = \frac{2^n}{3^n} + \frac{\sin \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} i \text{ کدام است؟}$$

۱. 0    ۲.  $i$     ۳. 1    ۴.  $\frac{2}{3} + i$

$$-2 \quad \text{قسمت حقیقی تابع } z \neq 0 \text{ کدام است؟ } f(z) = \frac{-z + 3}{z}$$

۱.  $-1 - \frac{3x}{x^2 + y^2}$     ۲.  $-1 + \frac{3x}{x^2 + y^2}$     ۳.  $-1 + \frac{3x}{x^2 - y^2}$     ۴.  $-1 - \frac{3x}{x^2 - y^2}$

$$-3 \quad \text{در مورد حد } \lim_{z \rightarrow 0} \frac{z}{z} \text{ کدام گزینه درست است؟}$$

۱. 0    ۲. 1    ۳. -1    ۴. حد وجود ندارد.

$$-4 \quad \text{کدام گزینه در مورد تابع } f(z) = |z|^2 \text{ صحیح است؟}$$

۱. هیچ جا پیوسته نیست.
۲. همه جا پیوسته و مشتق پذیر است.
۳. همه جا پیوسته است و فقط در  $z = 0$  مشتق دارد.
۴. همه جا پیوسته است ولی در هیچ نقطه ای مشتق پذیر نیست.

$$-5 \quad \text{اگر } u(x, y) = x + x^2 - y^2 \text{ آنگاه یک مزدوج موزون برای آن عبارت است از:}$$

۱.  $v(x, y) = -y - 2xy$     ۲.  $v(x, y) = y + 2xy$   
 ۳.  $v(x, y) = y - 2xy$     ۴.  $v(x, y) = -y + 2xy$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۵) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۷۸)

۶- تصویر ناحیه ی  $x^2 - y^2 < 4$ ,  $x > 0$ ,  $y > 0$  تحت تابع  $w = z^2$  کدام است؟

۱.  $0 < u < 3$       ۲.  $v > 0, u < 4$       ۳.  $v > 0$       ۴.  $v > 1, u < 4$

۷- تصویر خط  $x - y = 1$  تحت تابع  $f(z) = \frac{1}{z}$  کدام است؟

۱. نیم صفحه  $u \geq 1$       ۲. خط  $u + v = 1$   
۳. دایره ی  $u^2 + v^2 + u + v = 0$       ۴. دایره ی  $u^2 + v^2 = u + v$

۸- همه جوابهای معادله ی  $e^{3z-1} = 1$  کدام گزینه است؟

۱.  $Z = -\frac{1}{3} + \frac{k\pi}{3}i$       ۲.  $Z = \frac{1}{3} + \frac{k\pi}{3}i$   
۳.  $Z = \frac{1}{3} + \frac{2k\pi}{3}i$       ۴.  $Z = -\frac{1}{3} + \frac{2k\pi}{3}i$

۹- مقدار اصلی  $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3\pi i}$  کدام است؟

۱.  $e^{-\pi}$       ۲.  $e^{\pi}$       ۳.  $e^{\pi^2}$       ۴.  $e^{-\pi^2}$

۱۰- اگر  $T$  یک تابع خطی-کسری باشد به طوری که  $T(0) = \infty$ ,  $T(i) = i$ ,  $T(\infty) = 0$  آنگاه  $T$  کدام است؟

۱.  $T(z) = \frac{1}{z}$       ۲.  $T(z) = \frac{1}{z-i}$       ۳.  $T(z) = \frac{1-i}{z}$       ۴.  $T(z) = \frac{-1}{z}$

۱۱- کدام یک از توابع مختلط زیر، یک تابع تام نمی باشد؟

۱.  $e^{\bar{z}}$       ۲.  $e^{-iz}$       ۳.  $e^{iz}$       ۴.  $e^{-z}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۴۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۵) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۷۸)

۱۲- مقدار عبارت  $e^{\frac{2+\pi i}{2}}$  برابر است با:

۱.  $-ie^2$       ۲.  $ie^2$       ۳.  $-ie$       ۴.  $ie$

۱۳- جواب معادله  $\ln z = 1 + i\frac{\pi}{4}$  برابر است با:

۱.  $e e^{i\frac{\pi}{4}}$       ۲.  $e^{i\frac{\pi}{4}}$       ۳.  $-e^{i\frac{\pi}{4}}$       ۴.  $e^2 e^{i\frac{\pi}{4}}$

۱۴- ناحیه ای که توسط  $\operatorname{Im}\left(\frac{-z}{x^2}\right) = 3$  تعیین می شود، چه نام دارد؟

۱. هذلولی      ۲. بیضی      ۳. سهمی      ۴. خط

۱۵-  $(1+i)^{100}$  برابر است با:

۱.  $-2^{50}i$       ۲.  $2^{50}i$       ۳.  $2^{50}$       ۴.  $-2^{50}$

۱۶- هر گاه  $C$  مسیر بین  $-i$  و  $i$  در جهت  $-i$  به  $i$  باشد،  $\left| \int_C (x^2 + iy^2) dz \right|$  کدام است؟

۱.  $\frac{2}{3}$       ۲.  $-\frac{2}{3}$       ۳.  $\frac{1}{3}$       ۴.  $-\frac{1}{3}$

۱۷- حاصل انتگرال  $\int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{z^8 + z^7 + z + 1}{z^2 + 2z + 2} dz$  برابر است با:

۱.  $-\frac{1}{2}$       ۲.  $\frac{1}{2}$       ۳.  $0$       ۴.  $1$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۵) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۷۸)

۱۸- مقدار انتگرال  $\int_{|z|=1} \frac{dz}{z \sin z}$  برابر است با:

۱.  $2\pi i$       ۲. صفر      ۳.  $-2\pi i$       ۴.  $\pi i$

۱۹- به ازای کدام مقادیر از  $z$ ، سری  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{1+z}\right)^n$  همگراست؟

۱.  $\operatorname{Re}(z) < -\frac{1}{2}$       ۲.  $\operatorname{Re}(z) > \frac{1}{2}$       ۳.  $\operatorname{Re}(z) > -1$       ۴.  $\operatorname{Re}(z) > -\frac{1}{2}$

۲۰- مقدار  $\int_C z^2 e^{\frac{1}{z}} dz$  هر گاه  $C$  یک دایره در جهت مثلثاتی حول  $z = 0$  باشد، برابر است با:

۱.  $\frac{\pi i}{6}$       ۲.  $0$       ۳.  $\frac{\pi i}{3}$       ۴.  $2\pi i$

۲۱- مانده تابع  $f(z) = \cot z$  در نقطه ی تکین آن  $z = 0$  کدام است؟

۱.  $1$       ۲.  $0$       ۳.  $-1$       ۴.  $-2$

۲۲- هر گاه  $\gamma$  دایره ی به مرکز  $z = 0$  و شعاع  $2$  و در جهت مثلثاتی باشد آنگاه  $\int_{\gamma} \frac{ze^{-z}}{(z-1)^2} dz$  برابر است با:

۱.  $-\frac{2\pi i}{e}$       ۲.  $\frac{4\pi i}{e}$       ۳. صفر      ۴.  $\frac{2\pi i}{e}$

۲۳-  $\operatorname{Res} \left[ \frac{e^z}{(z-1)^{10}}, 1 \right]$  برابر چند است؟

۱.  $\frac{e^9}{9!}$       ۲.  $\frac{e}{9!}$       ۳.  $-\frac{e}{9!}$       ۴.  $\frac{e^{10}}{9!}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۵) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۷۸)

۲۴- تابع  $f(z) = z^3 \sin \frac{1}{z}$  داده شده است،  $z = 0$  برای این تابع دارای کدام خاصیت است؟

۱. تکین اساسی است.  
۲. تکین قابل رفع است.  
۳. قطب ساده است.  
۴. قطب مرتبه ی دوم است.

۲۵- مرتبه ی صفر  $z = 0$  برای تابع  $f(z) = 6 \sin z^3 + z^3(z^6 - 6)$  کدام است؟

۱. ۱۰      ۲. ۹      ۳. ۱۶      ۴. ۱۵

## سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

۱- مجموعه ی  $D = \{z = re^{i\theta} \in C \mid r > 0, -\pi < \theta < \pi\}$  و تابع  $F: D \rightarrow C$  با تعریف  $F(z) = \ln r + i\theta$  را در نظر بگیرید. نشان دهید که  $F$  روی  $D$  مشتق پذیر است و مشتق آن را به دست آورید. (راهنمایی: از روابط کوشی-ریمان در مختصات قطبی استفاده کنید).

نمره ۱.۷۵

۲- الف) نگاره ی دایره ی  $(x - \frac{1}{2a})^2 + y^2 = \frac{1}{4a^2}$  که در آن  $a \neq 0$  را به وسیله ی  $w = \frac{1}{z}$  به دست آورید.

ب) نگاره ی خط  $L_{x_0}$  به معادله ی  $x = x_0$  با شرایط  $x_0 \neq \frac{\pi}{2}$ ،  $0 < x_0 < \pi$  به وسیله ی

$w = \cos z$  را به دست آورید.

نمره ۱.۷۵

۳- انتگرال های زیر را محاسبه کنید.

الف)  $\int_{|z|=1} \frac{z^4 + 1}{(2z + 1)^3} dz$

ب)  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + x^4}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۵) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۷۸)

۱.۷۵ نمره

۴- مانده ی تابع  $f(z) = \frac{1}{z^3 - z^5}$  را در نقطه های تکین آن پیدا کنید.