



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۵) - ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۴۱۴) - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۹۰۰۴)

استفاده از ماشین حساب ساده، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- ماتریس مربع A را پایین هسنبرگی می گویند هرگاه:

$$a_{ij} = 0, \quad j > i + 1 \quad .1$$

$$a_{ij} = 0, \quad j \geq i + 1 \quad .2$$

$$a_{ij} = 0, \quad i > j + 1 \quad .3$$

$$a_{ij} = 0, \quad i \geq j + 1 \quad .4$$

۲- اگر A یک ماتریس مربعی و وارونپذیر باشد، کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

$$\det(A^{-1}) = -\det(A) \quad .1$$

$$tr(A^{-1}) = -tr(A) \quad .2$$

$$\det(A^k) = (\det(A))^k \quad .3$$

$$tr(A^k) = (tr(A))^k \quad .4$$

۳- ماتریسی که از تغییر مکان سطرهای یک ماتریس همانی حاصل شود، چه نام دارد؟

۱. ماتریس متقارن ۲. ماتریس جابجشت ۳. ماتریس پاد متقارن ۴. ماتریس متعامد

۴- ماتریس A یک ماتریس نامنفرد است اگر...

۱. A یک ماتریس متقارن باشد. ۲. A یک ماتریس متعامد باشد.
۳. A یک ماتریس قطری غالب باشد. ۴. A یک ماتریس معین مثبت باشد.

۵- اگر A یک ماتریس $n \times n$ باشد، کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

۱. اگر $rank(A|b) = rank(A) = n$ آنگاه دستگاه $Ax = b$ بی نهایت جواب دارد.
۲. اگر $rank(A|b) = rank(A) < n$ آنگاه دستگاه $Ax = b$ جواب یکتا دارد.
۳. اگر $rank(A|b) \neq rank(A)$ آنگاه دستگاه $Ax = b$ جواب ندارد.
۴. اگر $rank(A|b) = rank(A) = n$ آنگاه دستگاه $Ax = b$ جواب ندارد.

۶- عدد شرطی ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ با نرم $\|\cdot\|_\infty$ کدام است؟

۱. ۷ ۲. ۱۴ ۳. ۴ ۴. ۴۲

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۷۵) - ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۴۱۴) - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۹۰۰۴)

۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & -1 \\ -2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ باشد، در این صورت $\|A\|_1$ و $\|A\|_\infty$ به ترتیب برابرند با:

۴ و ۸ .۶

۳ و ۸ .۶

۲ و ۱۰ .۸

۱ و ۸ .۱۰

۸- فرض کنید ماتریس A را به روش تجزیه دولیتل به حاصلضرب LU تجزیه کنیم، در این صورت:

۱. مقادیر قطری ماتریس L را یک انتخاب می کنیم.

۲. مقادیر قطری ماتریس U را یک انتخاب می کنیم.

۳. مقادیر قطری ماتریس L را صفر انتخاب می کنیم.

۴. مقادیر قطری ماتریس U را صفر انتخاب می کنیم.

۹- فرض کنید $P(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda + 6$ چندجمله ای مشخصه ماتریس $A_{2 \times 2}$ باشد. ماتریس A^{-1} در کدام رابطه صدق می کند؟

۲. $A^{-1} = \frac{5}{6}I - \frac{1}{6}A$

۱. $A^{-1} = \frac{5}{6}I + \frac{1}{6}A$

۴. $A^{-1} = A + I$

۳. $A^{-1} = A - 5I$

۱۰- اگر A یک ماتریس اکیدا قطری غالب باشد، کدام روش برای حل دستگاه $Ax = b$ پایدار بوده و دارای حجم عملیات کمتری است؟

۱. روش حذفی گوس با محورگیری جزئی

۲. روش حذفی گوس با محورگیری کلی

۳. روش حذفی گوس بدون محورگیری

۴. روش حذفی گوس با محورگیری جزئی مقیاس شده

۱۱- فرض کنید L, D و U به ترتیب بخش های پایین مثلثی، قطری و بالا مثلثی ماتریس A باشند. در این صورت ماتریس C در دنباله تکراری حاصل از روش ژاکوبی به صورت $X^{(k)} = BX^{(k-1)} + C$ کدام است؟

۱. $(L + D)^{-1}b$

۴. $-(L + D)^{-1}U$

۳. $-D^{-1}(L + U)$

۲. $D^{-1}b$

۱۲- اگر $X^{(k)} = BX^{(k-1)} + C$ و $C \neq 0$ آنگاه به ازای هر انتخاب $X^{(0)} \in R^n$ دنباله $X^{(k)}$ به جواب دستگاه $AX = b$ همگرا خواهد بود اگر و فقط اگر:

۲. $\rho(B) < 1$

۱. $\|B\| < 1$

۴. A یک ماتریس معین مثبت باشد.

۳. A یک ماتریس اکیدا قطری غالب باشد.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۵ - ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۹۰۰۴)

۱۳- اگر B_j و B_g به ترتیب ماتریس های تکراری روش ژاکوبی و گاوس سایدل بوده و A یک ماتریس معین مثبت و سه قطری باشد آنگاه، کدام گزینه صحیح است؟

$$\rho(B_g) = \rho(B_j) < 1 \quad .۲$$

$$\rho(B_g) = [\rho(B_j)]^2 < 1 \quad .۱$$

$$\rho(B_g) = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - [\rho(B_j)]^2}} < 1 \quad .۴$$

$$\rho(B_j) = [\rho(B_g)]^2 < 1 \quad .۳$$

۱۴- فرض کنید A یک ماتریس معین مثبت باشد. اگر بخواهیم دنباله حاصل از روش SOR برای هر انتخاب $X^{(0)}$ به جواب دستگاه $AX = b$ همگرا باشد، کدام گزینه می تواند یک انتخاب مناسب برای ω باشد؟

$$\omega = 2.25 \quad .۴$$

$$\omega = 0 \quad .۳$$

$$\omega = 1 \quad .۲$$

$$\omega = 2 \quad .۱$$

۱۵- بعد از یک تکرار از روش توانی با انتخاب $X^{(0)} = (1, 1, 1)^T$ ، بزرگترین مقدار ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & -4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$۱۰ \quad .۴$$

$$۹ \quad .۳$$

$$۱۷ \quad .۲$$

$$۷ \quad .۱$$

۱۶- مجموع و حاصلضرب مقادیر ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ به ترتیب کدام هستند؟

$$۷ و ۹ \quad .۴$$

$$۹ و ۷ \quad .۳$$

$$-۹ و ۷ \quad .۲$$

$$۷ و -۹ \quad .۱$$

۱۷- اگر تبدیلات گیونز بر روی ماتریس نامتقارن A اعمال شود، کدام گزینه صحیح است؟

۱. ماتریس A به یک ماتریس سه قطری تبدیل می شود.

۲. ماتریس A به یک ماتریس مثلثی تبدیل می شود.

۳. ماتریس A به یک ماتریس هسنبرگی تبدیل می شود.

۴. ماتریس A به یک ماتریس متعامد تبدیل می شود.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۷۵) - ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۹۰۰۴)

۱۸- اگر $P(\lambda) = (\lambda + 3)(\lambda - 1)$ چند جمله ای مشخصه ماتریس $A_{2 \times 2}$ باشد، $\det(A^3)$ کدام است؟

۳ . ۴

۳ . ۳

۲۷ . ۲

۲۷ . ۱

۱۹- اگر $\lambda = 3$ و $X = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ به ترتیب مقدار ویژه و بردار ویژه نظیر آن برای ماتریس معکوسپذیر $A_{3 \times 3}$ باشند، کدام گزینه می تواند یک مقدار ویژه و بردار ویژه نظیر آن برای ماتریس A^{-1} باشد؟

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ و } \lambda = 3$$

۲

$$X = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ و } \lambda = 3$$

۱

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ و } \lambda = \frac{1}{3}$$

۴

$$X = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ و } \lambda = \frac{1}{3}$$

۳

۲۰- اگر λ_1 و λ_2 مقادیر ویژه ماتریس ضرایب دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه اول با ضرایب ثابت

$$\begin{cases} u'(t) = a_1 u(t) + a_2 v(t) \\ v'(t) = b_1 u(t) + b_2 v(t) \end{cases}$$

و V_1 و V_2 به ترتیب بردارهای ویژه نظیر λ_1 و λ_2 باشند، آنگاه کدام گزینه می تواند

جواب این دستگاه معادلات دیفرانسیل باشد؟

$$e^{\lambda_1} V_2$$

$$e^{\lambda_1} V_2 + e^{\lambda_2} V_1$$

$$e^{\lambda_2} V_1$$

$$e^{\lambda_1} V_1$$

سوالات تشریحی

۱۴۰ نمره

۱- ثابت کنید مقادیر ویژه ماتریسهای هرمیتی، حقیقی هستند.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۵) - ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۹۰۰۴)

نمره ۱.۴۰

۲- دستگاه معادلات زیر را با استفاده از روش تجزیه چولسکی حل کنید.

$$2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -4$$

$$x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 10$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5$$

نمره ۱.۴۰

۳- دو تکرار از روش SOR را با انتخاب $\omega = 1.25$ و بردار اولیه $X^{(0)} = (1, 1, 1)^T$ برای یافتن جواب دستگاه معادلات زیر بدست آورید.

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 = 24 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 30 \\ -x_2 + 4x_3 = -24 \end{cases}$$

نمره ۱.۴۰

۴- اگر $tr(A) = 4$ ، $tr(A^2) = 96$ ، $tr(A^3) = 712$ و $tr(A^4) = 6992$ باشند، به روش لوریبر چند جمله ای مشخصه ماتریس $A_{4 \times 4}$ را بیابید.

نمره ۱.۴۰

۵- جواب معادله دیفرانسیل با شرایط مرزی زیر را به ازای $h = 0.2$ بیابید. (حل دستگاه نهایی لازم نیست)

$$\begin{cases} y'' + 4y' + xy = e^x, & 0 \leq x \leq 1, \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$