

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۱، مبانی آنالیز عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۳ - آمار ۱۱۱۱۰۸۹ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۰۶ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۱ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) (۱۱۱۱۳۲۳)

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- بسط عدد اعشاری 0.3 در مبنای ۵ کدام است؟

$$0.1 \quad \left(0.12\right)_5 \quad 0.2 \quad (0.01011\dots)_5 \quad 0.3 \quad (0.1\bar{2})_5 \quad 0.4 \quad (0.01001\dots)_5$$

۲- با استفاده از بسط ماکلورن، تقریبی از $e^{\frac{2}{3}}$ با خطای کمتر از $10^{-3} = \epsilon$ کدام است؟

$$0.1 \quad 1/88889 \quad 0.2 \quad 1/9476 \quad 0.3 \quad 1/6667 \quad 0.4 \quad 2/1112$$

۳- فرض کنید $T_{00} = 6$ و $T_{01} = 12$ به ترتیب تقریبهایی از $\int_0^2 f(x) dx$ به روش ذوزنقه به ازای $h = 1$ و $h = 2$ باشند. تقریبی از این انتگرال به گونه ای که خطا متناسب با h^4 باشد، کدام است؟

$$0.1 \quad 14 \quad 0.2 \quad 10 \quad 0.3 \quad 10/5 \quad 0.4 \quad 12/4$$

۴- اگر $x^* > 0$ تقریبی از x باشد بطوریکه $\delta(x) \leq 5 \times 10^{-6}$ باشد، در این صورت حداقل تعداد ارقام با معنای درست این تقریب کدام گزینه است؟

$$0.1 \quad 6 \quad 0.2 \quad 4 \quad 0.3 \quad 5 \quad 0.4 \quad 7$$

۵- اگر a و b به ترتیب تقریبهایی از A و B بوده و همگی این اعداد مثبت باشند، کدام گزینه صحیح می باشد؟

$$0.1 \quad e(a+b) \leq ae(b) + be(a) \quad 0.2 \quad \delta\left(\frac{a}{b}\right) \leq \delta(a) + \delta(b) \\ 0.3 \quad \delta(ab) \leq \delta(a) \cdot \delta(b) \quad 0.4 \quad e(a-b) \leq e(a) - e(b)$$

۶- فرمول انتگرالگیری گوس چهارنقطه ای برای کدام توابع دقیق است؟

- ۰۱ توابع چندجمله ای تا درجه نه.
۰۲ توابع چندجمله ای تا درجه هفت.
۰۳ توابع چندجمله ای تا درجه پنج.
۰۴ توابع چندجمله ای تا درجه سه.



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۱، مبانی آنالیز عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۳ - آمار ۱۱۱۱۰۸۹ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۰۶ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۱ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) (۱۱۱۱۳۲۳)

۷- کدام گزینه در مورد روش هورنر صحیح می باشد؟

۱. روش هورنر برای محاسبه ریشه های معادله غیرخطی $f(x) = 0$ بکار می رود.
 ۲. روش هورنر برای محاسبه ریشه های چندجمله ای $p_n(x) = 0$ بکار می رود.
 ۳. روش هورنر برای محاسبه مقادیر چندجمله ای $p_n(x) = 0$ در هر نقطه بکار می رود.
 ۴. از روش هورنر می توان برای کاهش محاسبات در تعیین چندجمله ایهای درونیاب استفاده کرد.
- ۸- کدام گزینه در مورد تعداد ریشه های معادله $p(x) = x^3 - x^2 - 10x + 4 = 0$ صحیح است؟

۱. با توجه به قاعده علامت دکارت تعداد ریشه های منفی این معادله دقیقا برابر با یک است.
۲. با توجه به قاعده علامت دکارت تعداد ریشه های مثبت این معادله دقیقا برابر با دو است.
۳. با توجه به قاعده علامت دکارت این معادله ریشه مثبت ندارد.
۴. با توجه به قاعده علامت دکارت این معادله دقیقا دو ریشه مختلط دارد.

۹- ریشه های دسته معادلات زیر نسبت به هم چگونه اند؟

$$\begin{cases} p(x) = x^2 + 2x + 10 = 0 \\ q(x) = 10x^2 + 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

۱. اگر z ریشه معادله $p(z) = 0$ باشد آنگاه \bar{z} نیز ریشه معادله $q(z) = 0$ است.
۲. اگر $z \neq 0$ ریشه معادله $p(z) = 0$ باشد آنگاه $\frac{1}{z}$ نیز ریشه معادله $q(z) = 0$ است.
۳. اگر z ریشه معادله $p(z) = 0$ باشد آنگاه z ریشه معادله $q(z) = 0$ نیز است.
۴. اگر z_1, z_2 ریشه های معادله $p(z) = 0$ باشند آنگاه $z_2 \times z_1$ ریشه معادله $q(z) = 0$ است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۱، مبانی آنالیز عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۳ - آمار ۱۱۱۱۰۸۹ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۰۶ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۱ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) (۱۱۱۱۳۲۳)

۱۰- کدام یک از گزینه ها، چندجمله ای درونیاب برای نقاط جدولی داده شده است؟

x_i	-۱	۰	۱
$f(x_i) = f_i$	۲	۱	۳

$$p(x) = 3x^2 + x + 2 \quad \cdot ۲$$

$$p(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 \quad \cdot ۱$$

$$p(x) = 3x^2 - x + 1 \quad \cdot ۴$$

$$p(x) = 3x^2 + x + 1 \quad \cdot ۳$$

۱۱- کدام یک از گزینه های زیر در مورد روش درونیابی لاگرانژ صحیح است؟

- چندجمله ای درونیاب لاگرانژ به تدریج محاسبه می شود.
- درجه چندجمله ای درونیاب با درجه چندجمله ایهای لاگرانژ برابر است.
- با اضافه شدن نقطه جدید به نقاط درونیابی، کلیه محاسبات از ابتدا می بایست انجام شود.
- محاسبه کران بالای خطای روش لاگرانژ، برخلاف روشهای دیگر با افزایش تعداد نقاط امکان پذیر نیست.

۱۲- تابع جدولی زیر را در نظر بگیرید. اگر چندجمله ایهای لاگرانژ متناظر با این جدول در رابطه

$$c_0 L_0(x) + c_1 L_1(x) + c_2 L_2(x) = 0 \quad \text{صدق کنند، در اینصورت مقادیر } c_2, c_1, c_0 \text{ کدام گزینه است؟}$$

x_i	x_0	x_1	x_2
$f(x_i) = f_i$	f_0	f_1	f_2

$$c_0 = f_0, c_1 = f_2, c_2 = f_3 \quad \cdot ۲$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = 1 \quad \cdot ۱$$

$$c_0 = 0, c_1 = f_1, c_2 = f_2 \quad \cdot ۴$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = 0 \quad \cdot ۳$$

۱۳- مقدار $f[-1, 1, 2]$ برای تابع $f(x) = x^4$ کدام گزینه است؟

۱ .۴

۵ .۳

۱۵ .۲

۴ .۱

۱۴- مقادیر تابع $f(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ را در نقاط $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$ در نظر بگیرید. مقدار $\nabla^2 f_2$ کدام گزینه است؟

۱ .۴

-۲ .۳

-۱ .۲

۲ .۱

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۱، مبانی آنالیز عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۳ - آمار ۱۱۱۱۰۸۹ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۱۰۶ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۱ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) ۱۱۱۱۳۲۳

۱۵- اگر $f(x) = x^3$ و نقاط x_0, x_1, x_2, x_3 متمایز باشند، مقدار $f[x_0, x_1, x_2, x_3]$ کدام گزینه است؟

۱. $x_0 + x_1 + x_2 + x_3$ ۲. ۱ ۳. $x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ ۴. صفر

۱۶- مقدار a را طوری محاسبه کنید که بهترین منحنی به شکل $f(x) = ax^2$ ، داده های جدول زیر را برازش کند.

x	-۲	-۱	۲	۳
y	۱	۱	۳	۴

۱. $\frac{114}{53}$ ۲. $\frac{1}{2}$ ۳. $\frac{15}{26}$ ۴. $\frac{53}{114}$

۱۷- اگر در روش تکرار نقطه ثابت از تابع $g(x) = \frac{1}{3}\left(x + \frac{6}{x}\right)$ برای محاسبه ریشه مثبت معادله غیرخطی $f(x) = 0$ استفاده شود، دنباله حاصل شده به چه عددی همگراست؟

۱. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ۲. $\sqrt{3}$ ۳. $\sqrt{2}$ ۴. $\sqrt{\frac{3}{2}}$

۱۸- اگر $x_0 = 0.5$ تقریبی از ریشه معادله $\sin(x) - x = 0$ باشد، از روش نیوتن x_1 تا سه رقم اعشار کدام است؟

۱. ۰/۳۳۲ ۲. ۰/۱۶۸ ۳. ۰/۴۸۹ ۴. ۰/۶۶۸

۱۹- کدام گزینه صحیح است؟

۱. روش نابجایی و روش تکرار ساده همگرایی تضمین شده دارند.
۲. روش نیوتن به ازای هر انتخاب اولیه x_0 همگراست.
۳. مرتبه ی همگرایی روش نیوتن، همواره برابر با ۲ است.
۴. در صورت استفاده از روش وتری بجای روش نیوتن، سرعت همگرایی کاهش می یابد.

۲۰- در صورت استفاده از روش نقطه ثابت برای محاسبه مقدار $A = \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\dots}}}$ ، مقدار A کدام گزینه است؟

۱. $-1 - \sqrt{2}$ ۲. $1 + \sqrt{2}$ ۳. $1 - \sqrt{2}$ ۴. $-1 + \sqrt{2}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۱، مبانی آنالیز عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۳ - آمار ۱۱۱۱۰۸۹ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۱۰۶ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۱ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) (۱۱۱۱۳۲۳)

۲۱- با استفاده از داده های جدول زیر مقدار $f'(0.1)$ را برآورد کنید:

x_i	۰/۱	۰/۱۵
$f(x_i) = f_i$	۱/۱۰	۱/۱۶

۱. ۱/۲ . ۲. -۱/۲ . ۳. ۰/۰۶ . ۴. -۰/۰۶

۲۲- کدام گزینه در مورد روش دوزنقه برای محاسبه عددی انتگرالها صحیح است؟

۱. فرمول دوزنقه ساده فقط برای توابع چندجمله ای درجه یک دقیق است.
۲. خطای فرمول دوزنقه مرکب متناسب با h^3 است.
۳. در فرمول دوزنقه اگر تعداد تقسیمات دو برابر شود، خطای حاصل $\frac{1}{2}$ خطای قبلی خواهد بود.
۴. خطای حاصل از روش دوزنقه با افزایش تعداد نقاط کاهش می یابد.

۲۳- مقادیر تابع $f(x)$ در جدول زیر داده شده است. با فرض $h = \frac{1}{2}$ تقریبی از $\int_0^1 f(x) dx$ با استفاده از مقادیر جدول

زیر، به روش نقطه میانی کدام است؟

x_i	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
$f(x_i) = f_i$	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$

۱. $\frac{9}{16}$. ۲. $\frac{6}{8}$. ۳. $\frac{7}{16}$. ۴. $\frac{7}{8}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۱، مبانی آنالیز عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۳ - آمار ۱۱۱۱۰۸۹ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۱۰۶ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۱ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) (۱۱۱۱۳۲۳)

۲۴- برای محاسبه $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ با روش نقطه میانی در صورتی که بخواهیم خطای حاصل از $\mathcal{E} = \frac{1}{2} \times 10^{-4}$ بیشتر نباشد، کدام

نامعادله زیر برای تعیین تعداد زیربازه های لازم می بایست حل شود؟

$$\frac{1}{24} h^2 \times \max_{x \in [0,1]} |f^{(2)}(x)| \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4} \quad .2 \qquad \frac{1}{12} h^2 \times \max_{x \in [0,1]} |f^{(2)}(x)| \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4} \quad .1$$

$$\frac{1}{24} h^3 \times \max_{x \in [0,1]} |f^{(2)}(x)| \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4} \quad .4 \qquad \frac{1}{12} h^3 \times \max_{x \in [0,1]} |f^{(2)}(x)| \leq \frac{1}{2} \times 10^{-4} \quad .3$$

۲۵- اگر در حل مساله مقدار اولیه زیر با روش رانگ-کوتای مرتبه ۴ مقادیر

 $k_4 = 0.4458, k_3 = 0.3353, k_2 = 0.3164, k_1 = 0.25$ بدست آمده باشند، مقدار $y(0.25)$ با طول گام
 $h = 0.25$ کدام گزینه است؟

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

۲/۹۹۹۶ .۴

۱/۲۲۴۶ .۳

۱/۳۳۳۲ .۲

۱/۹۹۹۶ .۱

سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

۱- تقریبی از انتگرال $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx$ را به روش سیمسون به گونه ای بیابید که خطای آن از 10^{-3} کمتر باشد.

نمره ۱.۷۵

۲- به روش اویلر اصلاح شده جواب معادله دیفرانسیل زیر را در $x=1$ با طول گام $h=0.5$ محاسبه کنید:

$$\begin{cases} y' = x^x + y^x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

نمره ۱.۷۵

۳- برای حل معادله $x^2 - 2 = 0$ ، از توابع تکراری $g_1(x) = \frac{x+2}{x+1}$ و $g_2(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{2}{x} \right)$ استفاده می

کنیم. فرض کنید با انتخاب مناسب x_0 ، دنباله های تولید شده توسط روابط $x_{n+1} = g_1(x_n)$ و $x_{n+1} = g_2(x_n)$ به $\sqrt{2}$ همگرا باشند. کدام یک از این دو تابع برای تقریب $\sqrt{2}$ دارای سرعت همگرایی

سریعتری است؟ دلیل خود را ذکر نمایید.



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۱، مبانی آنالیز عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۳ - آمار ۱۱۱۱۰۸۹ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۱۰۶ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۱ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) (۱۱۱۱۳۲۳)

۴- الف- ضرایب a, b را به گونه ای بیابید که فرمول انتگرالگیری زیر برای هر تابع چندجمله ایهای تا درجه یک دقیق باشد:

$$\int_0^1 f(x) dx = af\left(\frac{1}{3}\right) + bf(1)$$

ب- با استفاده از قسمت (الف)، تقریبی برای انتگرال $I = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ بیابید.