



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ | تشریحی: ۵

نام درس: آنالیز عددی (۱) - آنالیز عددی

رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی - جبرانی ارشد (۱۱۱۱۰۴۳) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۱) - آمار (۱۱۱۱۰۸۹) زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ | تشریحی: ۴۰

علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۱۰۶)

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

تنها با یاد اوست که دل‌ها آرام می‌گیرد.

۱. کدام گزینه زیر صحیح است؟

- الف. بسط اعشاری یک عدد گویا مختوم است
- ب. بسط اعشاری یک عدد گویا نامختوم است
- ج. بسط اعشاری یک عدد گنگ مختوم است
- د. بسط اعشاری یک عدد گنگ نامختوم است

۲. کسر مربوط به عدد اعشاری  $0.\overline{178}$  کدام است؟ (دوره تناوب دو رقم آخر)

- الف.  $\frac{10}{99}$
- ب.  $\frac{177}{990}$
- ج.  $\frac{1663}{16500}$
- د.  $\frac{178}{999}$

۳. بسط عدد  $\frac{3}{7}$  در مبنای ۲ کدام است؟

- الف.  $0.\overline{11}$
- ب.  $0.10101\overline{}$
- ج.  $0.1011\overline{}$
- د.  $0.011\overline{}$

۴. برای محاسبه تقریبی  $(\sqrt{2} - 1)^4$  کدام عبارت تقریب دقیقتری به دست می‌دهد؟

- الف.  $17 - 12\sqrt{2}$
- ب.  $\frac{1}{(\sqrt{2} + 1)^4}$
- ج.  $\frac{1}{17 + 12\sqrt{2}}$
- د.  $(\sqrt{2} - 1)^4$

۵. تعداد و محل تقریبی ریشه‌های معادله  $x^2 \sin(x) = 1$  کدام است؟

الف. ریشه ندارد

ب. یک ریشه حدود  $\pi$  دارد

ج. بی نهایت ریشه، یکی حدود ۱ و بقیه حدود مضارب  $\pi$

د. بی نهایت ریشه حدود مضارب زوج  $\pi$

۶. اگر بدانیم معادله  $\cos(x) + x = 0$  در فاصله  $[-1, 0]$  یک ریشه دارد، با استفاده از روش دوبخشی  $x_m$  کدام است؟

- الف.  $0.456$
- ب.  $-0.625$
- ج.  $-0.5$
- د.  $-0.125$

۷. مقدار تقریبی  $x_m$  از ریشه مثبت  $x^2 - 2 = 0$  در فاصله  $[1, 2]$  با استفاده از روش نابجایی کدام است؟

- الف.  $1/3$
- ب.  $1/33$
- ج.  $1/4$
- د.  $1/5$

۸. اگر  $\alpha$  ریشه ساده معادله  $f(x) = 0$  باشد، مرتبه همگرایی روش نیوتن (در صورت همگرایی) کدام است؟

- الف. دو
- ب. یک
- ج. حداقل دو
- د. حداکثر دو

۹. تابع جدولی زیر را در نظر بگیرید. مقدار  $f[x_1, x_m]$  کدام است؟

$x_i$	-1	0	1	2	3
$f_i$	-1	1	1	5	19

- الف. ۲
- ب. ۴
- ج. -۲
- د. صفر



۱۰. برای تابع جدولی مسأله قبل مقدار  $\Delta^m f_0$  کدام است؟

- الف. ۱-      ب. ۲      ج. صفر      د. ۶

۱۱. اگر  $f(x) = x^5$  آنگاه مقدار  $\Delta^v f_p$  کدام است؟

- الف. ۱      ب. صفر      ج. ۱-      د.  $v!h^v$

۱۲. خطای قاعده نوزنقه‌ای کدام است؟ ( $M_p$  کران بالای مشتق دوم تابع  $f$  روی  $[a, b]$  است)

- الف.  $\frac{(b-a)^p}{12} h M_p$       ب.  $\frac{(b-a)}{180} h^3 M_p$       ج.  $\frac{(b-a)}{12} h^2 M_p$       د.  $\frac{(b-a)^p}{180} h^2 M_p$

۱۳. کدام گزینه در مورد  $P(x) = x^3 + 3x^2 - x + 1$  صحیح است؟

- الف. حداقل یک ریشه حقیقی دارد      ب. هر سه ریشه آن مختلط است  
ج. دقیقاً دو ریشه حقیقی دارد      د. ریشه ندارد

۱۴. اگر بدانیم تمام ریشه‌های معادله  $x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = 0$  حقیقی هستند، مربع ریشه‌ها در کدام بازه قرار دارند؟

- الف.  $\left(\frac{3}{2}, 9\right)$       ب.  $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$       ج.  $\left(\frac{2}{3}, 9\right)$       د.  $\left(\frac{2}{3}, 3\right)$

۱۵. اگر  $T_{01} = 2/6$  و  $T_{0p} = 2/7$  مقدار  $T_{11}$  که از قاعده را میرگ بدست می‌آید کدام است؟

- الف.  $2/73$       ب.  $2/57$       ج.  $1/83$       د.  $0/03$

۱۶. خطای  $\frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$  به عنوان تقریبی از  $f'_i$  متناسب با کدام است؟

- الف.  $h^2$       ب.  $h$       ج.  $h^3$       د.  $h^4$

۱۷. در روش اویلر  $y_{i+1}$  چگونه محاسبه می‌شود؟

- الف.  $y_i + hf(x_i, y_i)$       ب.  $y_i + f(x_i, y_i)$   
ج.  $hy_i + f(x_i, y_i)$       د.  $hy_i + h^2 f(x_i, y_i)$

۱۸. اگر انتگرال  $\int_0^{\pi} \sin x dx$  را بخواهیم به روش سیمپسون تقریب بزنیم حداقل تعداد بازه‌ها چقدر باشد تا خطای حاصل

از این روش کوچکتر یا مساوی  $\frac{2}{3} \times 10^{-4}$  شود؟

- الف. ۷      ب. ۸      ج. ۶      د. ۱۰

۱۹. اگر  $y = \frac{ab}{c}$  و  $\delta_y, \delta_c, \delta_b, \delta_a$  به ترتیب خطاهای نسبی  $y, c, b, a$  باشند، کدام رابطه صحیح است؟

الف.  $\delta_y \leq \delta_a + \delta_b + \delta_c$       ب.  $\delta_y \leq \delta_a + \delta_b - \delta_c$

ج.  $\delta_c \leq \delta_a + \delta_b + \delta_y$       د.  $\delta_y \leq \frac{\delta_a \delta_b}{\delta_c}$

۲۰. چند تکرار از روش دوبخشی برای تعیین ریشه معادله  $\sin x - \frac{x}{\pi} = 0$  در بازه  $[1, 2]$  لازم است تا خطای آن از  $10^{-2}$  کمتر باشد؟

د. ۹

ج. ۸

ب. ۷

الف. ۶

سوالات تشریحی:

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. ریشه معادله  $x + \cos(x) = 0$  را با تقریب اولیه  $x_0 = -0.7$  و با استفاده از روش نیوتن با دقت (۷ D) بیابید.

۲. فرض کنید  $z$  ریشه معادله  $p(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_1z + a_0 = 0$  باشد که در آن کلیه ضرایب اعداد حقیقی هستند. نشان دهید:

$$|z| \leq |a_0| + |a_1| + \dots + |a_{n-1}| + 1$$

۳. چند جمله‌ای درونیاب تابع جدولی زیر را با استفاده از تفاضلات تقسیم شده نیوتن بدست آورید.

$x_i$	۱	۲	۳	۴
$f_i$	۲	۵	۱۰	۱۱

۴. تقریبی از  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx$  را به روش سیمپسون به گونه‌ای حساب کنید که خطای آن کمتر از  $10^{-2}$  باشد.

۵. با استفاده از روش تیلور مرتبه ۴ ( $p = 4$ ) تقریبی از جواب دستگاه  $\begin{cases} y' = x + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$  را با  $h = 0.1$  بیابید.

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	د
2	ب
3	د
4	ج
5	ج
6	ب
7	ج
8	ج
9	د
10	د
11	ب
12	ج
13	الف
14	ج
15	الف
16	الف
17	الف
18	ب
19	الف
20	ب