



سری سوال: یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: روشهای نمونه گیری ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۷۱۶۱

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- اگر حجم جامعه  $N$ ، انتخاب نمونه ای سیستماتیک یک در  $k$ ، به حجم  $n$  مدنظر باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$$k \leq n \quad .1 \quad n \leq k \quad .2 \quad nk \leq N \quad .3 \quad N \leq nk \quad .4$$

۲- اگر  $N$  عضو جامعه به ترتیب  $Y_1 \leq Y_2 \leq \dots \leq Y_N$  باشند آنگاه احتمال آنکه میانه ی سیستماتیک یک در  $k$  برای یکنمونه ی  $n$  تایی ( $n$  زوج است) برابر میانه ی جامعه باشد چقدر است؟

$$\frac{1}{n} \quad .1 \quad \frac{1}{k} \quad .2 \quad 1 \quad .3 \quad \frac{k}{N} \quad .4$$

۳- اگر  $\sigma_Y^2$  واریانس جامعه،  $\sigma_{w, sy}^2$  میانگین واریانس های  $k$  نمونه،  $Var(\bar{y}_{ro})$  واریانس میانگین سیستماتیک باشند، آنگاه

$$Var(\bar{y}_{ro}) = \sigma_Y^2 - \sigma_{w, sy}^2 \quad .1 \quad Var(\bar{y}_{ro}) = \sigma_Y^2 + \sigma_{w, sy}^2 \quad .2$$

$$Var(\bar{y}_{ro}) = \sigma_{w, sy}^2 - \sigma_Y^2 \quad .3 \quad Var(\bar{y}_{ro}) = \sigma_{w, sy}^2 \quad .4$$

۴- نمونه گیری سیستماتیک دقیقتر از نمونه گیری تصادفی ساده است یعنی:

۱. واریانس نمونه سیستماتیک کوچکتر است.

۲. میانگین نمونه سیستماتیک به صورتی دقیقتر میانگین جامعه را برآورد می کند.

۳. میانگین واریانس نمونه سیستماتیک کوچکتر است.

۴. واریانس جامعه کمتر از واریانس میانگین سیستماتیک است.

۵- اگر در نمونه گیری سیستماتیک  $\rho_{sy} = \frac{1}{2(n-1)}$  باشد آنگاه مقدار  $\frac{Var(\bar{y}_{st})}{S_Y^2}$  برابر کدام گزینه است؟

$$\frac{2}{3} \frac{N-1}{nk} \quad .4 \quad \frac{3}{2} \frac{N-1}{nk} \quad .3 \quad \frac{3}{2} \frac{N-1}{Nn} \quad .2 \quad \frac{3}{4} \frac{N-1}{Nn} \quad .1$$

۶- داده های زیر که به طور مصنوعی ارائه شده است را در نظر بگیرید. کدام گزینه صحیح نیست؟

$i$	واحدهای خوشه		
۱	۱	۲	۳
۲	۳	۱	۲
۳	۲	۳	۱

$$\bar{S}_w^2 = S_i^2, \quad i = 1, 2, 3 \quad .4$$

$$S^2 = \frac{N(M-1)}{NM-1} \bar{S}_w^2 \quad .3$$

$$S_w^2 = S^2 \quad .2$$

$$S_b^2 = 0 \quad .1$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: روشهای نمونه گیری ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۱

۷- با توجه به اطلاعات زیر، مقدار ضریب همبستگی خوشه ای در جامعه را برابر کدام گزینه است؟

$i$	واحدهای خوشه	$\bar{Y}_{iM}$
۱	۱ ۰ ۲	۱
۲	۳ ۰ ۰	۱
۳	۱ ۱ ۱	۱

$\rho_c = ۰/۵$  .۴

$\rho_c = ۰/۰۴۸$  .۳

$\rho_c = -۰/۵$  .۲

$\rho_c = -۰/۰۴۸$  .۱

۸- در نمونه گیری خوشه ای یک مرحله ای از جامعه ای با خوشه های هم حجم، اگر رابطه ی  $\rho_c = \frac{۰/۵\sigma^2 - ۱}{M - ۱}$  برقرار باشد

آنگاه:

$Var(\bar{Y}_n) = \frac{۲(N - n)}{nM(N - ۱)}$  .۲

$Var(\bar{Y}_n) = \frac{N - n}{۲nM(N - ۱)}$  .۱

$Var(\bar{Y}_n) = \frac{(N - n)}{n(M - ۱)(N - ۱)}$  .۴

$Var(\bar{Y}_n) = \frac{(N - n)}{nM(N - ۱)}$  .۳

۹- جدول زیر را در نظر بگیرید. اگر  $M_o = ۸۰$  باشد آنگاه مجموع احتمال های خوشه های نمونه برابر کدام گزینه است؟

$i$	واحدها	$M_i$
۱	۲ ۴	۲
۲	۱ ۳ ۲	۳
۳	۴ ۱ ۵ ۶	۴
۴	۱ ۵ ۳	۳
۵	۱ ۲ ۲ ۳ ۲	۵

$\frac{۵}{۸۰}$  .۴

$\frac{۲۵}{۸۰}$  .۳

۱ .۲

$\frac{۱۷}{۸۰}$  .۱

۱۰- مطابق جدول زیر، مقدار  $S_b^2$  برابر کدام گزینه است؟

$i$	واحدها	$M_i$
۱	۲ ۴	۲
۲	۱ ۳ ۲	۳
۳	۴ ۱ ۵ ۶	۴
۴	۱ ۵ ۳	۳
۵	۱ ۲ ۲ ۳ ۲	۵

$۱۴/۲۳۵$  .۴

$۱۵/۷۹۶$  .۳

$۳/۱۵۹$  .۲

$۲/۰۹$  .۱



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: روشهای نمونه گیری ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۷۱۶۱

۱۱- اگر  $n$  به قدر کافی بزرگ باشد مقدار اریبی  $R_n$ ، در مبحث برآورد نسبتی، برابر کدام گزینه است؟

$$\begin{array}{llll}
 .۱ & = C_X \sigma_{R_n} & .۲ & \leq C_X \sigma_{R_n} \\
 .۳ & \leq \sigma_{R_n} \frac{\sigma_{\bar{X}_n}}{\sigma_{\bar{X}_N}} & .۴ & = 0
 \end{array}$$

۱۲- اگر ضریب تغییرات دو متغیر اصلی و کمکی برابر باشند آنگاه کدام رابطه برقرار است؟

$$\begin{array}{llll}
 .۱ & R_n = \frac{S_Y}{S_X} & .۲ & R_n = \frac{S_X}{S_Y} \\
 .۳ & R_N = \frac{S_Y}{S_X} & .۴ & R_N = \frac{S_X}{S_Y}
 \end{array}$$

۱۳- با توجه به اطلاعات به شرح ذیل، مقدار اریبی  $B$  در برآورد نسبتی، برابر کدام گزینه است؟

$$n=10 \quad N=100 \quad \bar{X}_N=10 \quad \bar{Y}_n=14/01 \quad S_Y=4/01 \quad S_X=2/308 \quad \bar{Y}_R=14/3$$

$$\begin{array}{llll}
 .۱ & -0/0498 & .۲ & -0/005\bar{Y}_N \\
 .۳ & -0/0572 & .۴ & -0/004\bar{Y}_n
 \end{array}$$

۱۴- در حالتی که نمونه بزرگ است، و  $C_X = 2C_Y > 0$  آنگاه تحت کدام شرط برآورد کننده ی نسبتی  $\hat{Y}_R$  واریانس کمتر از برآورد کننده ی نمونه ی تصادفی ساده  $\bar{Y}_n$  دارد؟

$$\begin{array}{llll}
 .۱ & \rho = 1 & .۲ & \rho > \frac{1}{2} \\
 .۳ & \rho < \frac{1}{2} & .۴ & \text{هیچگاه برقرار نیست.}
 \end{array}$$

۱۵- مقایسه دو کمیت  $|R_N - B|$  و  $|\bar{r}_N - B|$  برای مقایسه ی کدامین دو روش برآوردیابی است؟

۱. تصادفی ساده - رگرسیونی
۲. رگرسیونی - هارتلی راس
۳. هارتلی راس - نسبتی
۴. هارتلی راس - تصادفی ساده

۱۶- به ازای چه مقدار از  $\rho$ ، نسبت واریانس برآورد میانگین از یک نمونه تصادفی به واریانس برآورد کننده ی تفاضلی برابر  $\frac{1}{2}$  است؟

$$\begin{array}{llll}
 .۱ & \pm \frac{1}{2} & .۲ & \pm \frac{1}{4} \\
 .۳ & \pm \frac{\sqrt{2}}{2} & .۴ & \pm \frac{\sqrt{3}}{2}
 \end{array}$$

۱۷- اگر  $\rho = 1$  و  $\bar{X}_N = 0$  باشند آنگاه مقدار  $B$  در مدل رگرسیونی در کدام گزینه صدق می کند؟

$$\begin{array}{llll}
 .۱ & B \in R & .۲ & B = A \\
 .۳ & B = \bar{Y}_n & .۴ & B = 0
 \end{array}$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: روشهای نمونه گیری ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۷۱۶۱

۱۸- اگر خط رگرسیون از مبدأ عبور کند، .....  
 ۱. همواره برآورد رگرسیونی کارتر از برآورد نسبتی است.  
 ۲. برآورد رگرسیونی با برآورد نسبتی یکسان است.  
 ۳. در صورت معلوم بودن  $B$ ، برآورد رگرسیونی ناریب اما برآورد نسبتی اریب است.  
 ۴. برآورد رگرسیونی کارایی برابر برآورد نسبتی دارد.

۱۹- برای برآورد میزان فروش روزانه ۲۰ فروشگاه بزرگ یک شهر، ۵ فروشگاه انتخاب شده و میزان فروش و تعداد فروشندگان آنها در یک روز ثبت شده است.

$$\bar{X}_N = ۴۵ \bar{Y}_n = ۵۵۰ \bar{X}_n = ۴۶ s_Y^2 = ۱۱۰۹۵۰ s_X^2 = ۸۹۷/۵ s_{XY} = ۹۶۸۵$$

اگر تعداد کل کارکنان ۹۰۰ نفر باشند، آنگاه برآورد تقریبی واریانس برآوردکننده میزان فروش کل این فروشگاه ها برابر کدام گزینه است؟

۰.۴ ۸۹۷/۵

۰.۳ ۱۱۰۹۵۰

۰.۲ ۵۳۹/۲۱۰

۰.۱ ۹۶۵/۲۵۶

۲۰- مطابق با اطلاعات زیر، مقدار ضریب رگرسیونی،  $B$  برابر کدام گزینه است؟

$$\bar{X}_N = ۴۵ \bar{Y}_n = ۵۵۰ \bar{X}_n = ۴۶ s_Y^2 = ۱۱۰۹۵۰ s_X^2 = ۸۹۷/۵ s_{XY} = ۹۶۸۵$$

۰.۴ ۰/۵۷۸۹

۰.۳ ۰/۰۸۷۲۹

۰.۲ ۱۰/۹۷

۰.۱ ۰/۹۷۰۶

### سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

۱- در جامعه ای که روند خطی به صورت  $y_i = i$  دارد و حجم جامعه برابر  $N$  است. نشان دهید

$$Var(y_{st}) = \frac{k^2 - 1}{12n}$$

نمره ۱.۷۵

۲- ثابت کنید: برآوردکننده ی ناریب واریانس میانگین نمونه ی خوشه ای دو مرحله ای با احتمال متغیر و با روش

$$Var(\bar{y}_n) = \frac{s_{bz}^2}{n} \text{ است که در آن } s_{bz}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{Z}_{im_i} - \bar{Y}_n)^2 \text{ است.}$$

نمره ۱.۷۵

۳- ثابت کنید برآوردکننده ی نسبتی هارتلی-راس برآوردکننده ی ناریب میانگین جامعه است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: روشهای نمونه گیری ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۷۱۶۱

۴- از ۲۰۰ کارنامه ی دانش آموزان رشته ی ریاضی سال آخر یک دبیرستان، ۲۰ کارنامه را به تصادف انتخاب کرده ایم و نمره ی امتحان فیزیک آنها را به شرح زیر یادداشت نموده ایم.

$$X_i: ۱۴, ۷, ۱۳, ۱۱, ۱۳, ۸, ۶, ۱۴, ۱۸, ۱۷, ۱۰, ۱۲, ۱۱, ۱۲, ۱۸, ۱۵, ۱۶, ۱۴, ۱۰, ۶$$

سپس از این ۲۰ کارنامه به تصادف ۱۰ کارنامه انتخاب و نمرات فیزیک و ریاضی هر یک از آنها را به شرح زیر ثبت کرده ایم.

$Y_i$	۱۴	۱۳	۱۱	۸	۶	۱۷	۱۲	۱۸	۱۵	۱۰
$X_i$	۱۷	۱۶	۱۴	۱۱	۱۰	۱۹	۱۶	۲۰	۱۸	۱۱

اگر داده های بالا را نتیجه ی مطالعه ای مقدماتی تلقی کنیم و اگر تابع هزینه ای به صورت  $200 = 2n_1 + 5n_2$  در نظر بگیریم برای اجرای یک روش برآورد رگرسیونی با نمونه گیری مجدد مقادیر اپتیمم حجم های دو نمونه را برآورد کنید.