



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۱- نسبت دو متغیر تصادفی مستقل از توزیع نرمال استاندارد دارای توزیع:

$$F \sim (1,1) \quad .۲ \quad .۱ \text{ کی دو با } ۱ \text{ درجه آزادی}$$

$$T \text{ با یک درجه آزادی} \quad .۳ \quad .۴ \text{ کوشی}$$

۲- اگر X_1, X_2, \dots, X_n نمونه های تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ باشد. توزیع $X_1 - \bar{X}$ کدام است؟

$$N\left(\mu, \frac{n+1}{n}\sigma^2\right) \quad .۱ \quad N\left(0, \frac{n-1}{n}\sigma^2\right) \quad .۳ \quad N\left(1, \frac{n-1}{n}\sigma^2\right) \quad .۲ \quad N\left(0, \frac{n+1}{n}\sigma^2\right) \quad .۴$$

۳- اگر X_1, \dots, X_5 متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان نمایی با پارامتر λ باشند. $P(\text{Min}(X_i) \leq a)$ چقدر است؟

$$1 - e^{-\lambda a} \quad .۱ \quad (1 - e^{-\lambda a})^5 \quad .۲ \quad e^{-5\lambda a} \quad .۳ \quad 1 - e^{-5\lambda a} \quad .۴$$

۴- اگر X_1, \dots, X_{10} دارای توزیع نمایی با پارامتر ۱۰۰ باشد آنگاه $Y = \text{MIN}(X_1, \dots, X_{10})$ دارای توزیع نمایی با پارامتر

$$10 \quad .۱ \quad \frac{1}{10} \quad .۲ \quad \frac{1}{100} \quad .۳ \quad 100 \quad .۴$$

۵- اگر $X \sim \text{Beta}(a, 1)$ باشد آنگاه $Y = -\log X$ دارای توزیع:

$$\frac{1}{a} \text{ نمایی با پارامتر } \quad .۱ \quad \text{لگ نرمال} \quad .۲ \quad \text{گاما} \quad .۳ \quad \text{Beta}(\log a, 1) \quad .۴$$

۶- اگر $F(X)$ تابع توزیع متغیر تصادفی پیوسته باشد، فرض کنید $Y = F(X)$. آنگاه Y دارای توزیع:

$$\text{نرمال} \quad .۱ \quad \text{یکنواخت پیوسته} \quad .۲ \quad \text{یکنواخت گسسته} \quad .۳ \quad \text{اطلاعات مسئله کافی نیست} \quad .۴$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۷- کدام عبارت در مورد قانون قوی اعداد بزرگ صحیح است؟

۱. با احتمال ۱، به ازای یک مقدار مثبت، $\left| \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} - \mu \right|$ به تعداد نامتناهی از دفعات بزرگتر از ϵ است.

۲. برای مقدار ثابت n ، با احتمال زیاد $\left| \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \right|$ به μ نزدیک می شود.

۳. وقتی $n \rightarrow \infty$ با احتمال ۱ به ازای μ نامتناهی داریم $\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \rightarrow \mu$

۴. متوسط دنباله ای از متغیرهای تصادفی مستقل هم توزیع، با احتمال ۱، به میانگین توزیع مشترک می گراید.

۸- اگر X دارای توزیع T با K درجه آزادی باشد آنگاه $\frac{1}{1+X^2}$ دارای توزیع:

۱. بتا ۲. گاما ۳. F ۴. نرمال

۹- اگر X_1, \dots, X_n دارای توزیع یواسن با پارامتر λ باشد. تابع مولد گشتاور $\sum_{i=1}^n X_i$ به صورت:

۱. $e^{-n\lambda(e^t-1)}$ ۲. $e^{-n\lambda e^t}$ ۳. $e^{-\frac{\lambda}{n}(e^t-1)}$ ۴. $e^{-\frac{\lambda}{n}e^t}$

۱۰- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع گاما با پارامتر α و β باشد وقتی $n \rightarrow \infty$ توزیع $\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\alpha\beta}{\sqrt{n\alpha\beta^2}}$ برابر

است با:

۱. نرمال با میانگین $n\alpha\beta$ ۲. نرمال استاندارد
۳. توزیع گاما با پارامتر $n\alpha\beta$ و β ۴. توزیع کی دو با یک درجه آزادی

۱۱- فرض کنید X_1, \dots, X_n متغیرهای تصادفی مستقل باشند، کدامیک از شرایط کاربرد قضیه حد مرکزی برای تقریب توزیع مجموع این متغیرها نیست؟

۱. همتوزیع بودن ۲. بزرگ بودن n
۳. متناهی بودن میانگین ۴. پیوسته بودن متغیرها



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۱۲- فرض کنید X متغیری تصادفی با توزیع نامعلوم دارای واریانس ۲ باشد، بزرگی نمونه چقدر باشد تا با احتمال ۰٫۹۵ میانگین نمونه ای در فاصله ۰٫۵ از میانگین جامعه باشد؟

۱. ۸۰ ۲. ۴۰ ۳. ۱۶۰ ۴. ۱۰۰

۱۳- قانون ضعیف اعداد بزرگ نوعی خاص از همگرایی به نام را بیان می نماید.

۱. همگرایی در میانگین مرتبه دو
۲. همگرایی در توزیع
۳. همگرایی در احتمال
۴. همگرایی با احتمال ۱

۱۴- کدام نادرست است؟

۱. همگرایی در میانگین مرتبه دوم مستلزم همگرایی در احتمال است.
۲. همگرایی در میانگین مرتبه دوم قوی تر از همگرایی در احتمال است.
۳. همگرایی در احتمال قوی تر از همگرایی با احتمال ۱ است.
۴. همگرایی در توزیع ضعیفتر از همگرایی در احتمال است.

۱۵- اگر $X \sim F(m, n)$ باشد. آنگاه میانگین $\frac{1}{X}$ برابر است با:

۱. $(mn)^2$ ۲. $\frac{m}{m-2}$ ۳. $n^2(n+1)$ ۴. $\frac{m}{2}$

۱۶- با افزایش درجه آزادی در توزیع t ، توزیع به میل می نماید.

۱. F ۲. نرمال ۳. کی دو ۴. کوشی

۱۷- اگر در توزیع t درجه آزادی یک شود. آنگاه توزیع برابر است با:

۱. F ۲. کوشی ۳. کی دو ۴. کوشی

۱۸- اگر در توزیع t درجه آزادی یک شود. آنگاه میانگین توزیع برابر است با:

۱. صفر ۲. ۲ ۳. $\frac{1}{2}$ ۴. وجود ندارد

۱۹- دامنه نمونه ای عبارت است از:

۱. $Y_n - Y_1$ ۲. $\frac{Y_n - Y_1}{2}$ ۳. $Y_n + Y_1$ ۴. $\frac{Y_n + Y_1}{2}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۲۰- فرض کنید X_1 و X_2 نمونه ای تصادفی از توزیع نرمال استاندارد باشد، آنگاه $\frac{(X_1 - X_2)}{\sqrt{2}}$ دارای توزیع:

۱. T ۲. f

۳. نرمال استاندارد ۴. نرمال با میانگین صفر و واریانس ۴

سوالات تشریحی

نمره ۱.۱۷

۱- فرض کنید X_1 و X_2 متغیرهای تصادفی مستقل از توزیع گاما با پارامترهای n_i و λ باشند. توزیع

$$Y_1 = \frac{X_1}{X_1 + X_2} \text{ را به دست آورید.}$$

نمره ۱.۱۷

۲- قضیه حد مرکزی را به طور کامل بیان نمایید.

نمره ۲.۳۳

۳- زوج (X, Y) روی و توی دایره $x^2 + y^2 = \frac{4}{\pi}$ دارای توزیع یکنواخت است. توزیع حاشیه ای متغیر

تصادفی X را بیابید.

نمره ۲.۳۳

۴- فرض کنید که X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از چگالی f باشد و

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \text{ باشد در این صورت نشان دهید: } E(S^2) = \sigma^2 \quad (n > 1)$$