تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۴ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۷۰ تشریحی : ۶۰** **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : جبر۳

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی)۱۱۱۱۰۴۸

۱- اگر G گروهی متناهی و A و B دو زیر گروه G باشند. آنگاه تعداد اعضای AB برابر کدام است؟

۱. $\frac{|A|+|B|}{|A\cap B|}$ ۲. $\frac{|A||B|}{|A\cap B|}$ ۳. $|A||B|-|A\cap B|$ ۴. $|A|+|B|-|A\cap B|$

۲- بنا به قضیه کوشی اگر $P||G|$ آنگاه :

۱. Gیک زیرگروه p عضوی دارد.
۲. $|G|$ توانی از p است.
۳. G دارای یک p-زیرگروه سیلو است.
۴. G با Z_p یکریخت است.

۳- فرض کنیم H زیرگروهی از گروه G باشد، دراین صورت تعداد زیرگروه های مزدوج با H برابر کدام است؟

۱. $(N(H):H)$ ۲. $\left|N(H)/H\right|$ ۳. $(G:H)$ ۴. $(G:N(H))$

۴- اگر G گروهی نا آبلی باشد و مرکز آن Z باشد آنگاه :

۱. $Z=G$ ۲. $Z=\{e\}$ ۳. G/Z دوری نیست. ۴. G/Z ساده است.

۵- تعداد ۵-زیر گروه سیلوی گروهی از مرتبه ۲۰۰ برابر است با:

۱. ۱ ۲. ۴ ۳. ۱یا۴ ۴. ۱یا ۸

۶- درگروه A_4 تعدادزیر گروههای سیلو از مرتبه ۴ و تعداد زیر گروههای سیلو از مرتبه ۳ به ترتیب کدام است؟

۱. یک ویک ۲. یک و چهار ۳. چهار و یک ۴. چهار و چهار

۷- کدام عبارت در مورد حلقه R درست کدام است؟

۱. هر R-مدول یک فضای برداری روی R است.
۲. هر R-مدول یک گروه متناهی است.
۳. هر Z-مدول یک فضای برداری روی R است.
۴. هر فضای برداری روی R، یک R-مدول است.

۸- هرگاه R یک حلقه بخشی باشد آنگاه R به عنوان R- مدول ، دارای چند زیر مدول است؟

۱. دو ۲. یک ۳. بینهایت ۴. صفر

۹- اگرM یک مدول روی حلقه جابجایی R و I ایده آلی از حلقه R باشد، در چه صورت M به صورت مدولی روی حلقه R/I در می آید؟ (تغییرحلقه)

۱. M پوچ توان باشد. ۲. M متناهی باشد. ۳. $IM=0$ ۴. $Ann(M)\subseteq I$

۱۰- فرض کنیم M مدولی روی حلقه جابجایی R باشد و G ، G,G_1,G_2 زیر مدول هایی از M باشندکه به ازای $i=1,2$ $G_i \supseteq G$ در این صورت $G_1/_G + G_2/_G$ با کدام R -مدول برابر است؟

۱. $M/_G$

۲. $\frac{G_1+G_2}{G}$

۳. $\frac{G_1 \cap G_2}{G}$

۴. $\frac{G}{G_1 \cap G_2}$

۱۱- فرض کنید R حلقه ای جابجایی باشد. دنباله کامل کوتاه $\longrightarrow L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N \longrightarrow$ ، را دنباله شکافته شدنی نامیم هرگاه :

۱. Kerf جمعوند مستقیمی از L باشد.

۲. Imf جمعوند مستقیم M باشد.

۳. M/Kerf یکریخت با N باشد.

۴. L و N زیرمدول هایی از M باشند.

۱۲- فرض کنید R حلقه ای جابجایی و F یک R-مدول باشند. F یک R-مدول آزاد است اگر وتنها اگر

۱. دوری باشد.

۲. متناهی باشد.

۳. دارای پایه باشد.

۴. دارای یک مجموعه مولد باشد.

۱۳- فرض کنید M و N مدول هایی روی حلقه جابجایی R و $f: M \to N$ همریختی R-مدولی باشند. آنگاه f یک تکریختی است اگر وتنها اگر :

۱. $f=0$

۲. $N=M$

۳. $\text{Ker } f = 0$

۴. $\text{Im } f = N$

۱۴- حلقه Z حلقه ای است :

۱. هم نوتری و هم آرتینی.

۲. تنها آرتینی است.

۳. تنها نوتری است.

۴. نه نوتری ونه آرتینی است.

۱۵- فرض کنید V یک فضای برداری روی میدان (هیات) K باشد. کدام عبارت با عبارت های دیگر معادل نیست؟

۱. V یک K-مدول نوتری است.

۲. V یک K-مدول آرتینی است.

۳. V یک K-فضای متناهی بعد است.

۴. V یک K-مدول ساده است.

۱۶- R-مدول $G \neq 0$ روی حلقه جابجایی R را در نظر بگیرید. گوییم G یک R-مدول ساده است اگر وتنها اگر G :

۱. تنها یک زیر مدول داشته باشد.

۲. تنها دارای دو زیر مدول باشد.

۳. هیچ زیر مدولی نداشته باشد.

۴. یک مجموعه مولد متناهی داشته باشد.

۱۷- کدام یک از Z-مدول زیر دارای سری ترکیبی است؟

۱. Q

۲. $Z \times Z$

۳. $Z \times Z_5$

۴. $Z_4 \times Z_6$

۱۸- فرض کنید G مدولی ناصفر به طول متناهی روی حلقه جابجایی R باشد. بنا به قضیه ژردان-هلدر هر دو سری ترکیبی برای G :

۱. با هم یکریخت هستند.

۲. طول های یکسان دارند.

۳. با هم مساویند.

۴. زنجیری از زیر مدول های G هستند.

۱۹- فرض کنید R حلقه ای جابجایی و دنباله $0 \to L \to M \to N \to 0$ رشته دقیق کوتاهی از R-مدول ها و R-همریختی ها باشد. هرگاه L ، M و N با متناهی طول باشند آنگاه:

۱. $l(L)+l(N)=l(M)$

۲. $l(L)+l(M)=l(N)$

۳. $l(M)+l(N)=l(L)$

۴. $l(L)=l(M)=l(N)$

۲۰- فرض کنیم R حلقه ای جابجایی و نوتری باشد. دراین صورت R[x]

۱. متناهی مولد است.

۲. یک حلقه بخشی است.

۳. یک حوزه صحیح است.

۴. یک حلقه نوتری است.

۲۱- اگر R حلقه ای جابجایی باشد که هر ایده آل اول آن متناهی مولد باشد، آنگاه R :

۱. نوتری است.

۲. حوزه صحیح است..

۳. میدان است.

۴. متناهی است.

۲۲- اگر R یک حلقه جابجایی باشد آنگاه $Zdv_R(0)$ برابر کدام است؟

۱. صفر

۲. ϕ

۳. R

۴. $R-\{0\}$

۲۳- فرض کنید I ایده الی از حلقه جابجایی و نوتری R باشد و $J=\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n$. دراین صورت IJ برابر است با:

۱. I

۲. J

۳. $I \bigcap J$

۴. $I+J$

۲۴- فرض کنید (R،M) حلقه ای موضعی باشد و I ایدآلی از آن. در این صورت $\bigcap_{n=1}^{\infty}(I+M^n)$ برابر کدام است؟

۱. M

۲. 0

۳. I

۴. I+M

۲۵- عبارت درست کدام است؟

۱. در هر حلقه جابجایی نوتری هر ایدآل اول، یک ایده آل ماکسیمال است.

۲. هر حلقه جابجایی نوتری آرتینی است.

۳. در هر حلقه جابجایی هر ایدآل سره، یک ایده آل اول است.

۴. هر حلقه جابجایی آرتینی ، نوتری است.

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید a عضوی از G و $C(a)$ مرکز ساز a باشد. ثابت کنید اعضای $[a]$ ،کلاس مزدوجی a ، با هم مجموعه های $C(a)$در G در یک تناظر یک به یک هستند. ۱،۷۵ نمره

۲- فرض کنید R حلقه ای جابجایی و M یک R- مدول باشد. ثابت کنید مدول M آزاد است اگر وتنها اگر با مجموع مستقیمی از R ها یکریخت باشد. $\left(M \cong \bigoplus_{\lambda\in\Lambda} R_{\lambda}\right)$ ۱،۷۵ نمره

۳- .فرض کنید M مدولی روی حلقه جابجایی R و G زیر مدولی از M باشد. نشان دهید اگر G و M/G نوتری باشند آنگاه M نیزیک R-مدول نوتری است. ۱،۷۵ نمره

۴- فرض کنید R حلقه ای جابجایی و آرتینی باشد. ثابت کنید R تنها تعداد متناهی ایده آل ماکسیمال دارد. ۱،۷۵ نمره