



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۵ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۰

۱- فرض کنید X یک مجموعه ای نامتناهی و τ توپولوژی متمم متناهی در X باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱. اجتماع هر تعداد دلخواه از مجموعه های بسته ی τ بسته است.

۲. یک توپولوژی گسسته نیز می باشد.

۳. ϕ و X تنها مجموعه های هم باز و هم بسته می باشند.

۴. اگر $S \subset X$ یک زیر مجموعه ی نامتناهی باشد، آنگاه S هم باز و هم بسته است.

۲- فرض کنیم X مجموعه ای شمارا و نامتناهی باشد. τ را توپولوژی متمم شمارا بر X در نظر بگیرید. در این صورت τ توپولوژی ... نیز می باشد.

۱. متمم متناهی ۲. گسسته ۳. شعاع راست ۴. حد پایینی

۳- فرض کنیم X مجموعه ای ناشمارا باشد. τ را توپولوژی متمم شمارا بر X در نظر بگیرید. در این صورت ...

۱. زیر مجموعه ای غیر بدیهی مثل $S \subset X$ موجود است که هم باز و هم بسته است.

۲. τ توپولوژی متمم متناهی است.

۳. τ توپولوژی گسسته است.

۴. X در این فضا هم باز و هم بسته است.

۴- فرض کنید A و B زیرمجموعه هایی از فضای X باشند. کدام گزینه صحیح نمی باشد؟

$$\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B} \quad ۱. \quad \text{Int}(A \cup B) = \text{Int}(A) \cup \text{Int}(B)$$

$$\text{Ext}(A \cup B) = \text{Ext}(A) \cap \text{Ext}(B) \quad ۲. \quad (A \cup B)' = A \cup B \quad ۳.$$

۵-

فرض کنیم A زیرمجموعه ای از فضای X باشد. کدام گزینه صحیح نمی باشد؟

$$X - \overline{A} = \text{Int}(X - A) \quad ۱. \quad \text{Int}(\text{Int}(A)) = \text{Int}(A)$$

$$X - \text{Int}(A) = \text{Int}(X - A) \quad ۲. \quad \text{Int}(\phi) = \phi \quad ۳.$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۵ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۰

۶- مجموعه اعداد صحیح مثبت با توپولوژی ترتیبی، فضایی است ...

- ۰۱ با توپولوژی متمم متناهی
- ۰۲ با توپولوژی گسسته
- ۰۳ با توپولوژی حد پایینی
- ۰۴ با توپولوژی متمم شمارا

۷- زیرمجموعه $Y = [0, 2) \cup \{3\}$ از R را با توپولوژی زیرفضایی در نظر بگیرید. در این فضا مجموعه های $\{3\}$ و $[0, 1)$ به ترتیب چگونه اند؟

- ۰۱ اولی هم باز وهم بسته و دومی فقط باز است.
- ۰۲ اولی فقط باز و دومی هم بازو هم بسته است.
- ۰۳ هر دو فقط بازند.
- ۰۴ هر دو فقط بسته اند.

۸- فرض کنید (X, d) یک فضای متریک باشد. تابع $\bar{d} : X \times X \rightarrow R$ با ضابطه ی $\bar{d}(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$ را تعریف می کنیم. در این صورت:

- ۰۱ (X, \bar{d}) یک فضای متری بی کران است.
- ۰۲ (X, \bar{d}) یک فضای تام است.
- ۰۳ \bar{d} یک متریک است که همان توپولوژی را به X القا می کند.
- ۰۴ \bar{d} متریک نمی باشد.

۹- فرض کنید $f : X \rightarrow Y$ تابعی پیوسته باشد، آنگاه

- ۰۱ تصویر هر زیر مجموعه باز X ، یک زیر مجموعه باز Y می باشد.
- ۰۲ تصویر معکوس هر زیر مجموعه باز Y ، یک زیر مجموعه باز X می باشد.
- ۰۳ تصویر معکوس هر زیر مجموعه فشرده Y ، یک زیرمجموعه فشرده X می باشد.
- ۰۴ تصویر هر زیرمجموعه بسته X ، یک زیر مجموعه بسته Y می باشد.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۵ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۰

۱۰- فرض کنید (X, τ_1) یک فضای دلخواه و (Y, τ_2) یک فضای گسسته باشد. در این صورت اگر $f: X \rightarrow Y$ یک تابع باشد، آنگاه

۱. f هم باز و هم بسته است.
۲. f فقط باز است.
۳. f فقط بسته است.
۴. f پیوسته نمی باشد.

۱۱- $f: X \rightarrow Y$ تابعی پیوسته است اگر و فقط اگر

۱. f باز باشد.
۲. f بسته باشد.
۳. به ازای هر $A \subseteq X$ ، داشته باشیم: $f(Int(A)) \subseteq Int(f(A))$
۴. به ازای هر $B \subseteq Y$ ، داشته باشیم: $f^{-1}(Int(B)) \subseteq Int(f^{-1}(B))$

۱۲- فرض کنید Y مجموعه ای مرتب با توپولوژی ترتیبی باشد و توابع f و g بر X به توی Y پیوسته باشند. در این صورت تابع h با ضابطه $h(x) = \min\{f(x), g(x)\}$ چگونه است؟

۱. باز است. ۲. بسته است. ۳. پیوسته است. ۴. یک به یک است.

۱۳- فرض کنید $f: X \rightarrow Y$ یک تابع باشد. در این صورت f بسته است اگر و تنها اگر به ازای هر مجموعه $A \subseteq X$ داشته باشیم:

۱. $f(\bar{A}) \subseteq \overline{f(A)}$
۲. $f(Int(A)) \subseteq Int(f(A))$
۳. $f(Int(A)) \subseteq Int(f(A))$
۴. $\overline{f(A)} \subseteq f(\bar{A})$

۱۴- فرض کنید $f: X \rightarrow Y$ یک تابع پیوسته باشد. در این صورت f بسته است هرگاه

۱. X یک فضای فشرده و Y یک فضای هاسدورف باشد.
۲. X و Y فضاهایی هاسدورف باشند.
۳. X و Y فضاهایی فشرده باشند.
۴. X یک فضای هاسدورف و Y فضای فشرده باشد.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۴۵ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۰

۱۵- فرض کنید X یک فضا و E زیر مجموعه فشرد و F زیر مجموعه بسته X باشد. کدام یک از زیر مجموعه های زیر فشرد است؟

۱. F ۲. $F \cup E$ ۳. $F - E$ ۴. $F \cap E$

۱۶- کدامیک از بازه های زیر در \mathbb{R} فشرد است؟

۱. $(1,2)$ ۲. $(1,2]$ ۳. $[1,2]$ ۴. $[1,2)$

۱۷- کدام گزینه درباره یک فضاهای متری فشرد صحیح نمی باشد؟

۱. کراندار است. ۲. کامل است. ۳. کلا کراندار است. ۴. بسته است.

۱۸- زیر مجموعه $A = \{(x, \frac{1}{x}) | 0 < x \leq 1\}$ از \mathbb{R}^2 ، مجموعه ای است ...

۱. کراندار ۲. بسته ۳. فشرد ۴. متناهی

۱۹- فرض کنید $Y = [0,1) \cup (1,2)$ زیر فضایی از \mathbb{R} باشد. در این صورت Y ...

۱. فشرد است. ۲. نا همبند است. ۳. بسته است. ۴. باز است.

۲۰- کدام یک از زیرمجموعه های \mathbb{R} همبند است؟

۱. \mathbb{Q} ۲. \mathbb{Q}^c ۳. \mathbb{R} ۴. \mathbb{N}

۲۱- فضای \mathbb{R} با توپولوژی حد پایینی در کدام مورد صدق نمی کند؟

۱. اولین اصل شمارایی ۲. دومین اصل شمارایی ۳. تفکیک پذیری ۴. لیندولف

۲۲- کدام فضا تفکیک پذیر نمی باشد؟

۱. فضای متمم شمارا بر مجموعه ی ناشمارای X ۲. فضای متمم متناهی بر مجموعه ی شمارای X
۳. فضای ناگسسته ۴. فضای \mathbb{R} با توپولوژی معمولی

۲۳- فرض کنید X یک فضای فشرد و E یک فضای لیندولف باشد. در این صورت $X \times E$... است.

۱. فشرد ۲. هاسدورف ۳. لیندولف ۴. تفکیک پذیر



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۵ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۰

۲۴- در چه صورت زیر فضای یک فضای نرمال، نرمال است؟

۰۱. باز باشد .
۰۲. بسته باشد .
۰۳. کران دار باشد .
۰۴. تمام زیرفضاهای یک فضای نرمال ، نرمال است .

۲۵- کدام یک از فضاهای زیر T_3 است؟

۰۱. فضای R با توپولوژی معمولی
۰۲. فضای R با توپولوژی شعاع راست
۰۳. فضای متمم متناهی X که در آن X نامتناهی است .
۰۴. فضای متمم شمارای X که در آن X ناشماراست .

سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

۱- الف) مثالی از یک فضای توپولوژیک بیاورید که مجموعه ی زمینه ی آن نامتناهی ولی توپولوژی آن متناهی باشد .

$$(A \cup B)' = A' \cup B'$$

ب) نشان دهید :

نمره ۱.۷۵

۲- فرض کنید $f: X \rightarrow Y$. نشان دهید :

f پیوسته است اگر و تنها اگر به ازای هر مجموعه ی باز Y مانند V، زیر مجموعه ی $f^{-1}(V)$ یک مجموعه ی باز X باشد .

نمره ۱.۷۵

۳- فرض کنید $f: X \rightarrow Y$ تابعی پیوسته باشد . ثابت کنید اگر X همبند باشد ، Y نیز همبند است .

نمره ۱.۷۵

۴- فرض کنید X یک فضا باشد در اینصورت، نشان دهید که فضای X نرمال است اگر و تنها اگر به ازای هر مجموعه ی بسته ی A و هر مجموعه ی باز حاوی A مانند U مجموعه ی باز ی مانند V موجود است که

$$\bar{V} \subseteq U \quad , \quad A \subseteq V$$