تعداد سوالات : تستی : ۲۵ **تشریحی :** ۵ — **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ — **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)،آمارریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۳ - ،ریاضیات و کاربردها،آمار و کاربردها،آمارریاضی۱۱۱۷۱۶۵

۱- فرض کنید X یک تک مشاهده از $f(x)=\theta e^{-\theta x}\ ,\ x>0$ باشد. مقدار $P\left(X<\frac{1}{\theta}<2X\right)$ برابر با:

۱. $e^{-\frac{1}{2}}-e^{-1}$
۲. $2e^{-\frac{1}{2}}$
۳. $2e^{-1}$
۴. $2e$

۲- فرض کنید $X_1,X_2,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی از $f(x)=\frac{1}{\theta}, 0<x<\theta$ باشد. اگر $Y_n=\max(X_i)$ باشد مقدار $P\left(\frac{Y_{(n)}}{\theta}<b\right)$ برابر با

۱. $\frac{b}{n}$
۲. b^n
۳. $b^n\theta^n$
۴. $\left(\frac{\theta}{b}\right)^n$

۳- فرض کنید $X_1,X_2,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی از $f(x)=\frac{1}{\theta}\ ,\ 0<x<\theta$ باشد. برای $Y_n=\max(X_i)$ بازه تصادفی $\left(Y_{(n)}\ ,\ cY_{(n)}\right)$ یک فاصله اطمینان $100(1-\alpha)\%$ باشد. مقدار c برابر با:

۱. $\sqrt[n]{\frac{1}{\alpha}}$
۲. $\sqrt[n]{\alpha}$
۳. $\sqrt[n]{\frac{1}{1-\alpha}}$
۴. $n\sqrt[n]{1+\alpha}$

۴- فرض کنید $\bar{X}$ میانگین یک نمونه تصادفی به حجم n از جامعه ای نرمال با میانگین θ و واریانس معلوم σ^2 باشد، کدام یک از موارد زیر کمیت محوری نیست؟

۱. $\bar{X}-\theta$
۲. $\frac{\bar{X}-\theta}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$
۳. $\frac{\bar{X}}{\theta}$
۴. هر سه

۵- اگر $\bar{X}$ میانگین یک نمونه تصادفی به حجم n از جامعه نرمال با واریانس σ^2 باشد. کمیت محوری $\frac{(\bar{X}-\mu)(\sigma/\sqrt{n})}{\sqrt{\frac{\sum\left(X_i-\bar{X}\right)^2}{(n-1)\sigma^2}}}$ دارای چه توزیعی است؟

۱. استودنت با n درجه آزادی
۲. استودنت با $n-1$ درجه آزادی
۳. نرمال
۴. نرمال استاندارد

۶- فرض کنید $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2$ واریانس یک نمونه به حجم n از جامعه ای نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد. واریانس S^2 برابر با:

۱. $\frac{2\sigma^4}{n-1}$ ۲. $\frac{\sigma^2}{n}$ ۳. $(n-1)\sigma^4$ ۴. $\frac{\sigma^2}{n-1}$

۷- اگر $X_1, X_2, \ldots, X_n$ یک نمونه تصادفی از تابع چگالی زیر است.

$x \geq \mu \quad , \quad f(x) = \frac{1}{\theta}e^{-(x-\mu)/\theta}$ کمیت محوری برای یافتن فاصله اطمینان برای μ برابر با:

۱. $\sum X_i + \theta$ ۲. $\min(X_i) - \mu$ ۳. $\frac{\min(X_i)}{\theta}$ ۴. $\frac{\overline{X}}{\theta}$

۸- فرض کنید $\overline{X}$ میانگین یک نمونه به حجم n از جامعه نرمال (μ_1, σ^2) و $\overline{Y}$ میانگین یک نمونه به حجم m از جامعه نرمال (μ_2, σ^2) باشد.

اگر $S_P^2 = \frac{(m-1)S_1^2 + (n-1)S_2^2}{m+n-2}$ واریانس آمیخته باشد. مقدار واریانس s_p^2 برابر با:

۱. $\frac{2\sigma^4}{m+n-2}$ ۲. $\frac{\sigma^4}{m-1}$ ۳. $\frac{\sigma^4}{n-1}$ ۴. هیچکدام

۹- فرض کنید $X_1, X_2, \ldots, X_n$ نمونه تصادفی از $f(x,\theta)$ باشد $0 < x < \theta \quad , \quad f(x,\theta) = \frac{2x}{\theta^2}$ کدام یک از موارد زیر یک کمیت محوری است؟

۱. $\frac{1}{\overline{X}}$ ۲. $\overline{X}$ ۳. $-2\sum_{i=1}^{n}\log\left(\frac{X_i}{\theta}\right)$ ۴. $-2\theta\sum_{i=1}^{n}\log(X_i)$

۱۰- فرض کنید $\overline{X}$ میانگین یک نمونه به حجم n از جامعه نرمال $n(\mu, 16)$ باشد. اگر یک فاصله اطمینان ۹۰٪ برای μ باشد. مقدار n برابر با $(Z_{0.05} = 1/64)$

۱. ۲۴ ۲. ۳۴ ۳. ۴۴ ۴. ۵۴

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ **تشریحی :** ۵ — **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ — **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)،آمارریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۳ - ،ریاضیات و کاربردها،آمار و کاربردها،آمارریاضی۱۱۱۷۱۶۵

۱۱- فرض کنید $\overline{X}$ میانگین یک نمونه تصادفی به حجم n از $f(x)=\theta e^{-\theta x} \;,\; x>0$ باشد. فاصله اطمینان $100(1-\alpha)\%$ بزرگ نمونه ای برای θ برابر با:

۱. $\left(\dfrac{1}{\overline{X}\left(1+\frac{Z}{\sqrt{n}}\right)}, \dfrac{1}{\overline{X}\left(1-\frac{Z}{\sqrt{n}}\right)}\right)$

۲. $\left(\dfrac{-\sqrt{n}}{\overline{X}}, \dfrac{\sqrt{n}}{X}\right)$

۳. $\dfrac{\overline{X}+\sqrt{n}}{Z}, \dfrac{2(\overline{X}+\sqrt{n})}{Z}$

۴. هیچکدام

۱۲- فرض کنید $\overline{X}$ میانگین یک نمونه تصادفی به حجم $n=25$ از توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس ۴ باشد. برای آزمون فرض $H_0: \mu=12$ ناحیه رد به صورت زیر باشد. $C=\left\{\underline{X} \middle| \sum X_i > 310\right\}$ باشد. مقدار خطای نوع اول برابر با:

۱. $\alpha = P(Z>1/16)$

۲. $\alpha = P(Z>2/5)$

۳. $P(Z>0)$

۴. $P(Z>1)$

۱۳- آزمون $\varphi_r(\underline{X})$ را یک آزمون در سطح α گویند اگر:

۱. $E_{H_0}(\varphi_r(\underline{X})) \le \alpha$

۲. $E_{H_1}(\varphi_r(\underline{X})) \le \alpha$

۳. $E_{H_0}(\varphi_r(\underline{X})) > \alpha$

۴. $E_{H_0}(\varphi_r(\underline{X})) = \dfrac{\alpha}{2}$

۱۴- فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر λ باشد. برای آزمون فرض $H_0: \lambda=\lambda_0$ در مقابل $H_1: \lambda=\lambda_1$ باشد. اگر ناحیه رد به صورت $C=\left\{\underline{X} \mid \sum X_i \ge 1\right\}$ باشد. مقدار β یا اندازه خطای دوم برابر با

۱. $1-e^{-n\lambda_0}$

۲. $e^{-n\lambda_0}$

۳. $1-e^{n\lambda_1}$

۴. $e^{-n\lambda_1}$

۱۵- فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر θ باشد. برای آزمون فرض $H_0: \theta=\theta_0$ تابع آزمون به صورت زیر باشد.

اگر $\varphi_r(\underline{X}) = \begin{cases} 1 & if \quad \sum X_i \ge 6 \\ 0/51 & if \quad \sum X_i = 6 \\ 0 & if \quad \sum X_i \le 4 \end{cases}$ و $P(\sum X_i \ge 6)=0/02$ و $P(\sum X_i \ge 6)=0/04$ باشد. مقدار α برابر با:

۱. ۰/۰۴۰۴

۲. ۰/۰۳۰۳

۳. ۰/۰۲۰۲

۴. ۰/۰۱۰۱

۱۶- فرض کنید X یک نمونه تصادفی از توزیع $X \sim B(3,\theta)$ باشد. برای آزمون فرض $H_0:\theta=\frac{1}{2}$ در مقابل $H_1:\theta=\frac{3}{4}$ ناحیه رد به صورت $c=\{x|x\geq 1\}$ باشد. مقدار α و β به ترتیب برابر با:

۱. $\frac{1}{8}\,,\,\frac{5}{8}$
۲. $\frac{7}{8}\,,\,\frac{15}{64}$
۳. $\frac{7}{8}\,,\,\frac{1}{64}$
۴. $\frac{7}{8}\,,\,\frac{5}{16}$

۱۷- فرض کنید $X_1,X_2,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی از خانواده توزیع یکنواخت روی بازه $(0,\theta)$ باشد. این خانواده نسبت به کدام یک آماره های زیر دارای خاصیت MLR است.

۱. $\overline{X}$
۲. $\overline{X}+\theta$
۳. $Y_{(1)}=\min(X_i)$
۴. $Y_{(n)}=\max(X_i)$

۱۸- اگر $Y_{(n)}$ آماره مرتبه $n-$ ام نمونه تصادفی $X_1,X_2,\ldots,X_n$ از $0<x<\theta\;,\;f(x)=\frac{1}{\theta}$ باشد. ناحیه بحرانی توان ترین آزمون در سطح اطمینان $(1-\alpha)$ برای فرض $H_0:\theta\leq\theta_0$ در مقابل $H_1:\theta\leq\theta_0$ برابر با:

۱. $Y_{(n)}>\theta\sqrt[n]{1-\alpha}$
۲. $Y_{(n)}<\theta\sqrt[n]{1-\alpha}$
۳. $Y_{(n)}>\theta\cdot\sqrt[n]{\alpha}$
۴. $Y_{(n)}<\theta\sqrt[n]{\alpha}$

۱۹- اگر $L(\underline{X})$ تابع درستنمایی نمونه تصادفی $X_1,X_2,\ldots,X_n$ باشد. برای آزمون فرض $H_0:\theta\in\Theta_0$ در مقابل $H_1:\theta\in\Theta$ برای $\lambda=\frac{L_{H_1}(\underline{\alpha})}{L_{H_0}(\underline{\alpha})}$ ، $-2\log(\lambda)$ دارای چه توزیع تقریبی است.

۱. نرمال
۲. نرمال استاندارد
۳. استودنت
۴. کی دو با یک درجه آزادی

۲۰- برای آزمون فرض $H_0:f(x)=e^{-x}\;,\;x>0$ در مقابل $H_1:f(x)=2e^{-2x}\;,\;x>0$ توان ترین آزمون به اندازه α برابر با:

۱. $X>\log(\alpha)$
۲. $X<-\log\left(\frac{\alpha}{2}\right)$
۳. $X<\log(1-\alpha)$
۴. هیچکدام

۲۱- فرض کنید $X\sim b(1,\theta)$ برای آزمون فرض $H_0:\theta=\frac{1}{2}$ در مقابل $H_1:\theta=\frac{1}{4}$ ناحیه رد به صورت زیر باشد. $C=\left\{(X_1,X_2)|\sum X_i\geq 1\right\}$ توان آزمون برابر با:

۱. $\frac{5}{16}$
۲. $\frac{7}{16}$
۳. $\frac{11}{16}$
۴. $\frac{13}{16}$

۲۲- در مدل خطی ساده حالت کدام یک از موارد زیر درست است؟

۱. $\mathrm{var}(\hat{\beta}_0)=\dfrac{\sigma^2}{\overline{X}}$

۲. $\mathrm{var}(\hat{\beta}_1)=\dfrac{\beta^2}{\sum(X_i-\overline{X})^2}$

۳. $\mathrm{var}(\hat{\beta}_1)=\dfrac{\sigma^2}{\sum(X_i-\overline{X})^2}$

۴. $\mathrm{var}(\hat{\beta}_0)=\dfrac{\sigma^2\sum X_i^2}{\sum(X_i-\overline{X})^2}$

۲۳- اگر $\hat{\beta}_0$ و $\hat{\beta}_1$ به ترتیب برآوردگر پارامترهای مدل $Y=\beta_0+\beta_1 X$ تحت مدل A باشند. $\mathrm{cov}(\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1)$ برابر با:

۱. $\dfrac{-\sigma^2\overline{X}}{\sum(X_i-\overline{X})^2}$

۲. $-\dfrac{\overline{X}}{\sum(X_i-\overline{X})^2}$

۳. $\dfrac{-\sigma^2}{\sum(X_i-\overline{X})^2}$

۴. $-\overline{X}$

۲۴- در مدل خطی ساده حالت A، توزیع متغیر $\dfrac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}$ برابر با:

۱. نرمال استاندارد

۲. استودنت با n درجه آزادی

۳. کی دو

۴. فیشر

۲۵- در مدل خطی ساده $Y_i=\beta_0+\beta_1 X_i+E$ توابع چگالی توام B دارای چه توزیعی است؟

۱. $N(\beta_0+\beta_1 X_1,\sigma^2)$

۲. $N(\beta_0,\sigma^2)$

۳. $N(\beta_1 X_1,\sigma^2)$

۴. مشخص نشده است

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید $X_1,X_2,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی از تابع توزیع $F_\theta(x)$ باشد. یک فاصله اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برای θ برحسب $F_\theta(x)$ بدست آورید. ۱،۴۰ نمره

۲- فرض کنید $X_1,X_2,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی از $f(x)=\dfrac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}\,,x>0$ باشد اگر

$$\sigma_n^2(\theta)=\frac{1}{nE\left[\dfrac{\theta}{\partial\theta}\log f(x,\theta)\right]^2}$$

باشد. یک فاصله اطمینان $100(1-\alpha)\%$ بزرگ نمونه ای برای θ بدست آورید. ۱،۴۰ نمره

۳- فرض کنید $X_1,X_2,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^2)$ باشد. برای آزمون فرض $H_0:\mu=\mu_0$ در مقابل $H_1:\mu=\mu_1>\mu_0$ اگر ناحیه بحرانی $C=\{\underline{X}\,|\,\overline{X}>k\}$ باشد، α، β را پیدا کنید. ۱،۴۰ نمره

۴- فرض کنید متغیر تصادفی گسسته X تحت H_0 و H_1 دارای توابع چگالی زیر باشد. ۱،۴۰ نمره

x	۱	۲	۳	۴
$f(x,\theta_0)$	۰/۵	۰/۲	۰/۱	۰/۲
$f(x,\theta_1)$	۰/۶	۰/۲۵	۰/۱	۰/۰۵

پس از مشخص کردن ناحیه رد، α، β را محاسبه کنید.

۵- برای برآورد پارامترهای مدل ساده $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$ تحت حالت A و B روش های براورد پارامترها را مقایسه کنید و فرض های مربوطه را بنویسید. ۱،۴۰ نمره