

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- اگر Q تابعی از یک نمونه تصادفی و پارامتر مجهول θ بوده و توزیع آن نیز وابسته به θ نباشد، آنگاه Q را یک می نامند.

۱. آماره ۲. کمیت محوری ۳. احتمال خطای نوع اول ۴. مقدار P -مقدار

۲- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ و $\left(\frac{Y_n}{\sqrt{n(1-\alpha_p)}}, \frac{Y_n}{\sqrt{n\alpha_p}} \right)$ یک فاصله اطمینان θ باشند، آنگاه

مقدار ضریب اطمینان چیست؟

$$(Y_n = \max(X_1, \dots, X_n), \alpha = \alpha_1 + \alpha_p)$$

۱. $1 - \alpha$ ۲. α ۳. $1 - \frac{\alpha}{2}$ ۴. $\frac{\alpha}{2}$

۳- اگر X_1, X_2, \dots, X_n یک دنباله از متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با توزیع $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}, x > 0, \theta > 0$ باشند، کران بالای فاصله اطمینان بزرگ نمونه ای برای θ ، در سطح α کدام است؟

۱. $\frac{\sqrt{n}}{xz}$ ۲. $\frac{\bar{x}(\sqrt{n} - z)}{\sqrt{n}}$ ۳. $\frac{\sqrt{n}}{\bar{x}(\sqrt{n} - z)}$ ۴. $\frac{\sqrt{n}}{\bar{x}(z + \sqrt{n})}$

۴- اگر X_1, \dots, X_{100} نمونه ای از توزیع $N(\theta, 1)$ و ناحیه رد فرض $H_0: \theta \leq 10$ در مقابل $H_1: \theta > 10$ باشد، اندازه آزمون چیست؟ (Φ تابع توزیع نرمال استاندارد)

۱. ۰ ۲. ۱ ۳. $\Phi(0.1)$ ۴. $1 - \Phi(0.1)$

۵- آزمون φ را برای فرض $H_0: \theta = \theta_0$ در مقابل $H_1: \theta = \theta_1$ یک آزمون ناریب گویند هرگاه:

۱. $\sup \pi(\theta) > \inf \pi(\theta)$ ۲. $\sup \pi(\theta) \leq \sup \pi(\theta)$
 ۳. $\sup \pi(\theta) \leq \inf \pi(\theta)$ ۴. $\inf \pi(\theta) < \sup \pi(\theta)$

۶- بر اساس یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع (μ, N) کوچکترین حجم نمونه لازم برای آنکه احتمالهای خطاهای نوع اول و دوم آزمون $H_0: \mu = \mu_0$ در مقابل $H_1: \mu > \mu_0$ به ترتیب باشند، کدامست؟ $(H_1: \mu = \mu_1 > \mu_0)$

$$\begin{array}{llll} \frac{z_{\beta}}{(\mu_0 - \mu_1)} & \frac{-z_{\beta}}{(\mu_1 - \mu_0)} & \frac{(z_{\beta} - z_{1-\alpha})^2}{(\mu_0 - \mu_1)} & \frac{(z_{\beta} - z_{1-\alpha})^2}{(\mu_1 - \mu_0)} \end{array}$$

۷- آزمون ϕ یک آزمون در سطح α نامیده می شود، اگر:

$$\begin{array}{ll} E_{H_0}[\phi(X)] \leq \alpha & E_{H_0}[\phi(X)] = \alpha \\ E_{H_0}[\phi(X)] > \alpha & E_{H_0}[\phi(X)] = 1 \end{array}$$

۸- در یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0, \sigma^2)$ این خانواده برای کدام آماره زیر دارای خاصیت MLR است؟

$$\sum X_i \quad \sum X_i^2 \quad \bar{X} \quad \ln \bar{X}$$

۹- در سوال قبل (سوال ۸) ناحیه بحرانی توانا ترین آزمون بطور یکنواخت برای $H_0: \sigma^2 = 0$, $H_1: \sigma^2 > 0$ کدام است؟

$$\sum X_i > k \quad \sum X_i < k \quad \sum X_i^2 < k \quad \sum X_i^2 > k$$

۱۰- در آزمون نسبت درستنمایی تعمیم یافته اگر $\alpha = P_{H_0}(\lambda(x) \leq k)$ باشد آنگاه کدام مورد درباره k درست است؟

$$k \geq 0 \quad k > 0 \quad 0 < k < 1 \quad k < 1$$

۱۱- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\theta, 1)$ باشد، این خانواده از توابع چگالی برای کدام آماره زیر دارای

خاصیت MLR کدام است؟

$$\sum X_i \quad -\sum X_i \quad \sum \ln x_i \quad -\sum \ln x_i$$

۱۲- بر اساس نمونه ای تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ توانا ترین ناحیه بحرانی آزمون فرض $H_0: \theta \leq \theta_0$ در مقابل

$H_1: \theta > \theta_0$ در سطح α چیست؟

$$y_n > \theta_0 \sqrt[n]{1-\alpha} \quad y_n < \theta_0 \sqrt[n]{1-\alpha} \quad y_n > \theta_0 \sqrt[n]{\alpha} \quad y_n < \theta_0 \sqrt[n]{\alpha}$$

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی ۱۱۷۰۳۳ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۷۱۶۵

۱۳ - حجم نمونه در کدام آزمون زیر یک متغیر تصادفی است؟

۱. نسبت درست‌نمایی ساده
۲. نسبت درست‌نمایی تعمیم یافته
۳. نسبت دنباله ای احتمال
۴. هر سه مورد

۱۴ - کدام مورد زیر درباره تعیین حجم نمونه در آزمون نسبت دنباله ای احتمال است؟

۱. قضیه لهن-شپفه
۲. قضیه راثو-بلاکول
۳. قضیه حد مرکزی
۴. قضیه والد

۱۵ - در آزمون SPRT تحت چه شرطی عمل نمونه گیری ادامه پیدا می کند؟

۱. $R_N \leq K_0$
۲. $R_N \leq K_1$
۳. $K_0 < R_N < K_1$
۴. الف و ب

۱۶ - پارامترهای مدل خطی در حالت اول، به چه روشی برآورد می شوند؟

۱. روش درست‌نمایی ماکسیم
۲. روش کمترین مربعات
۳. روش گشتاروها
۴. هر سه مورد

۱۷ - در سوال شماره (۱۶) اگر Λ آماره نسبت درست‌نمایی تعمیم یافته $H_0: B_1 = 0$ در مقابل $H_1: B_1 \neq 0$ باشد، توزیع

$$\left(\Lambda^{\frac{p}{n-1}} - 1 \right) \text{ چیست؟}$$

۱. $F_{1, n-2}$
۲. $F_{n-2, 1}$
۳. X_1^2
۴. X_{n-2}^2

۱۸ - در یک نمونه تصادفی از $N(\mu, 1)$ تواناترین آزمون بطور یکنواخت برای $H_0: \mu = \mu_0$ کدام است؟
 $H_1: \mu \neq \mu_0$

۱. $\sum X_i > k$
۲. $\sum X_i < k$
۳. $\sum X_i^2 < k$
۴. وجود ندارد.

۱۹ - در سوال (۱۸)، $\hat{\beta}_1$ چه نوع برآوردگری برای β_1 است؟

۱. بهترین برآوردگر ناریب با کمترین واریانس.
۲. بهترین برآوردگر ناریب با کمترین خطی با کمترین واریانس.
۳. همواره یک برآوردگر اریب است.
۴. تحت شرطی برآوردگری ناریب خواهد بود.

۲۰ - در مدل خطی ساده حالت A برآوردگرهای عرض از مبدا و شیب خط مستقلند هرگاه

۱. میانگینها صفر باشد.
۲. هیچ گاه مستقل نیستند.
۳. همواره مستقلند.
۴. واریانسها متناهی باشد.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۳ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۵

۲۱- آزمون Φ را برای فرض $H_0: \theta \in \Theta_0$ در قبال $H_1: \theta \in \Theta_1$ آزمون ناریب گویند هرگاه:

۱. $\sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) > \inf_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$

$$\theta \in \Theta_0 \quad \theta \in \Theta_1$$

۲. $\inf_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) \leq \sup_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$

$$\theta \in \Theta_0 \quad \theta \in \Theta_1$$

۳. $\sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) \leq \inf_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$

$$\theta \in \Theta_0 \quad \theta \in \Theta_1$$

۴. $\inf_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) < \sup_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$

$$\theta \in \Theta_0 \quad \theta \in \Theta_1$$

۲۲- رد فرضیه صفر وقتی درست است نام دارد.

۱. خطای نوع اول ۲. خطای نوع دوم ۳. توان ۴. تابع توان

۲۳- اگر X یک تک مشاهده از چگالی $f_{\theta}(x) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$ باشد، در میان تمام آزمونهای نسبت درستنماییدر مقابل $H_0: \theta = 2$ در مقابل $H_1: \theta = 1$ آزمون $\alpha + \beta$ را مینیمم کند چیست؟

۱. $x \leq \frac{1}{3}$ ۲. $x \geq \frac{1}{3}$ ۳. $x < \frac{1}{2}$ ۴. $x \geq \frac{1}{2}$

۲۴- آزمون Φ یک آزمون در سطح α نامیده می شود، اگر:

۱. $E_{H_0}[\Phi(x)] \leq \alpha$ ۲. $E_{H_0}[\Phi(x)] = \alpha$

۳. $E_{H_0}[\Phi(x)] > \alpha$ ۴. $E_{H_0}[\Phi(x)] = 1$

۲۵- اگر X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت در فاصله $(0, \theta)$ باشند، ناحیه بحرانی بطور یکنواخت فرض

$H_0 = \theta = 1$ در مقابل $H_1 = \theta < 1$ در سطح $\alpha = \frac{1}{8}$ کدامست؟

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{2} \quad .2$$

$$\frac{1}{3} = \max(x_1, x_2, x_3) < \frac{1}{2} \quad .1$$

$$\bar{x} < \frac{1}{2} \quad .4$$

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{4} \quad .3$$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- بر اساس یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ با فرض مجهول بودن واریانس، کوتاهترین فاصله اطمینان I درصدی برای μ را بیابید.

۱.۴۰ نمره

۲- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ باشند، برای آزمون فرض $H_0: \mu = \mu_0$ در مقابل $H_1: \mu = \mu_1 > \mu_0$ با ناحیه بحرانی $\bar{X} > K$ ، مقدار K را بیابید بطوریکه α, β بترتیب احتمال خطاهای نوع دوم و اول باشند؟

۱.۴۰ نمره

۳- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$ باشند، تواناترین آزمون در سطح α را برای فرض $H_0: \theta = 1$ در مقابل $H_1: \theta = 5$ بیابید.

۱.۴۰ نمره

۴- در یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0,1)$ به روش آماری یک بازه اطمینان برای پارامتر مجهول را یافته و کوتاهترین طول این بازه را بیابید.

۱.۴۰ نمره

۵- در مدل خطی ساده $y = \beta_0 + \beta_1 x + E$ در حالت β ، ثابت کنید که $\hat{\beta}_1$ بهترین برآوردگر ناریب خطی با کمترین واریانس برای β_1 است؟